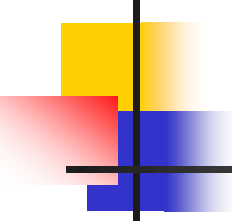


リスクマネジメント論

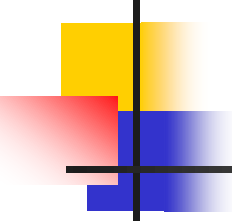
第7回講義 12月3日(水)



前週の課題

(1) 債券価格

- ①額面100円、2年満期、クーポンレート5%の利付債がある。割引率がいずれの期間も年5%のとき債券価格はいくらか？
- ②額面100円、2年満期、クーポンレート5%の利付債がある。割引率が1年間は年5%、2年間は年6%のとき債券価格はいくらか？
- ③額面100円、2年満期の割引債がある。割引率が年5%のとき債券価格はいくらか？
- ④額面100円、クーポンレート5%のコンソール債がある。割引率がいずれの期間も年5%のとき債券価格はいくらか？

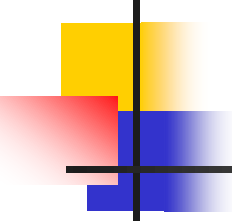


問題(1)債券価格の答え

- ① 額面(Q) 100円、利息(C) $=100 \times 5\% = 5$
割引率(r) 5%、満期(n) 2年

$$\begin{aligned} P &= \frac{C}{1+r} + \frac{C+Q}{(1+r)^2} \\ &= \frac{5}{(1+0.05)} + \frac{100+5}{(1+0.05)^2} \\ &= 100 \end{aligned}$$

答:債券価格は100円

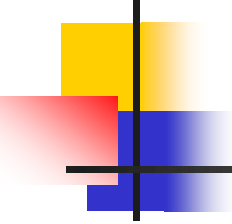


問題(1)債券価格の答え

② 額面(Q) 100円、利息(C) = $100 \times 5\% = 5$
1年目の割引率(r) 5%、2年目の割引率(r) 6%、
満期(n) 2年

$$\begin{aligned} P &= \frac{C}{1 + r_1} + \frac{C + Q}{(1 + r_2)^2} \\ &= \frac{5}{(1 + 0.05)} + \frac{100 + 5}{(1 + 0.06)^2} \\ &= 98.2115 \end{aligned}$$

答:債券価格は約98.21円

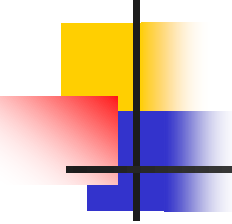


問題(1)債券価格の答え

③ 額面(Q) 100円、割引率(r) 5%、満期(n) 2年

$$\begin{aligned} P &= \frac{Q}{(1+r)^n} \\ &= \frac{100}{(1+0.05)^2} \\ &= 90.7029 \end{aligned}$$

答:債券価格は約90.70円



問題(1)債券価格の答え

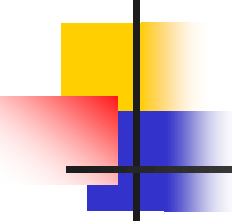
- ④ 毎年クーポン(C) 5円、割引率(r) 5%、満期なし

$$P = \frac{C}{r}$$

$$= \frac{5}{0.05}$$

$$= 100$$

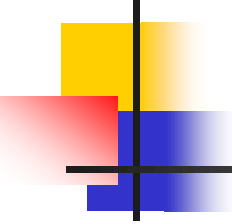
答:債券価格は100円



前週の課題

(2) マコーレー・デュレーション

- 額面100円、3年満期、クーポンレート6%の利付債が100円で売り出されている。複利最終利回りは6%、マコーレー・デュレーションが2.8334とする。
- つぎの場合マコーレー・デュレーションはどうなるか？ほかの条件は変わらないものとする。
- ①2年満期の場合
- ②クーポンレートが7%の場合（債券価格は102.67円となる）
- ③複利最終利回りが7%の場合（債券価格は97.38円となる）

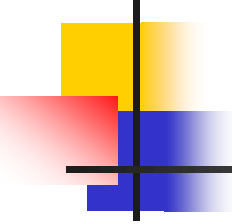


問題(2) マコーレー・デュレーションの答え

① 2年満期の債券価格も100円なので

$$MD = 1 \times W_1 + 2 \times W_2$$

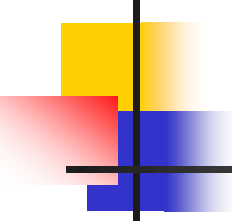
$$= 1 \times \frac{1}{100} \left(\frac{6}{1.06} \right) + 2 \times \frac{1}{100} \left(\frac{6 + 100}{(1.06)^2} \right) = 1.9434$$



問題(2) マコーレー・デュレーションの答え

②クーポンが7%、満期3年の債券価格は102.67円
なので

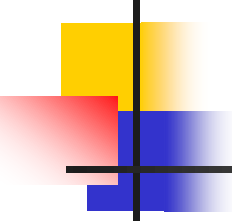
$$\begin{aligned} MD &= 1 \times W_1 + 2 \times W_2 + 3 \times W_3 \\ &= 1 \times \frac{1}{102.67} \left(\frac{7}{1.06} \right) + 2 \times \frac{1}{102.67} \left(\frac{7}{(1.06)^2} \right) \\ &\quad + 3 \times \frac{1}{102.67} \left(\frac{7 + 100}{(1.06)^3} \right) = 2.81 \end{aligned}$$



問題(2)マコーレー・デュレーションの答え

③最終複利利回りが7%、債券価格は97.38円
なので

$$\begin{aligned} MD &= 1 \times W_1 + 2 \times W_2 + 3 \times W_3 \\ &= 1 \times \frac{1}{97.38} \left(\frac{6}{1.07} \right) + 2 \times \frac{1}{97.38} \left(\frac{6}{(1.07)^2} \right) \\ &\quad + 3 \times \frac{1}{97.38} \left(\frac{6 + 100}{(1.07)^3} \right) = 2.8311 \end{aligned}$$



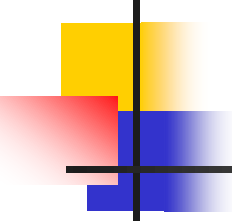
前週の課題

(3) コンベクシティ

- 額面100円、年利2%、残存5年、デュレーション4.8、コンベクシティ52の債券がある。
市場金利が1%上昇した場合の価格変化率を求めなさい。

(4) デフォルトを考慮した債券価格

- 1年満期、額面100円、クーポンレート5%、割引率5%、デフォルト確率2%とする。投資家はリスク中立的であるとする。
- このとき、債券価格と信用リスクプレミアムを求めなさい。

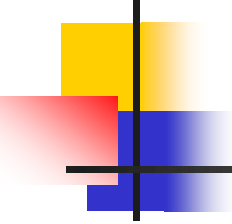


問題(3)コンベクシティの答え

額面100円、年利2%、残存5年、デュレーション4.8、
コンベクシティ 52の債券が市場金利が1%上昇した場合の価格変化率

$$\begin{aligned}\frac{\Delta P}{P} &\approx -D\Delta r + \frac{1}{2}C\Delta r^2 \\ &= -4.8 \times 0.01 + \frac{1}{2} \times 52 \times (0.01)^2 \\ &= -0.0480 + 0.0026 = -0.0454\end{aligned}$$

債券価格は4.54%下落



問題(4)デフォルトを考慮した債券価格の答え

額面100円、クーポンレート 5%、デフォルト確率2%、
割引率5%のとき

$$\text{【期待収益】} = 105 \times 0.98 + 0 \times 0.02 = 102.90$$

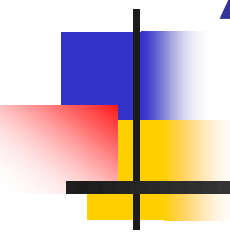
$$\text{【現在価格】} = \frac{102.90}{1.05} = 98.00 \text{ 円}$$

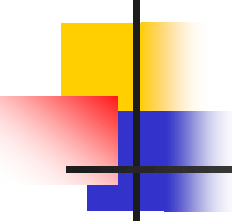
$$\text{【複利最終利回り】} = \frac{105 - 98}{98} = 0.071428 \text{ (約7.14\%)}$$

$$\text{信用リスク・プレミアム} = 7.14\% - 5\% = 2.14\%$$

割引率ではなく、デフォルトのないときの利回りとの差

7. ALM: イミュナイゼーション





7. ALM

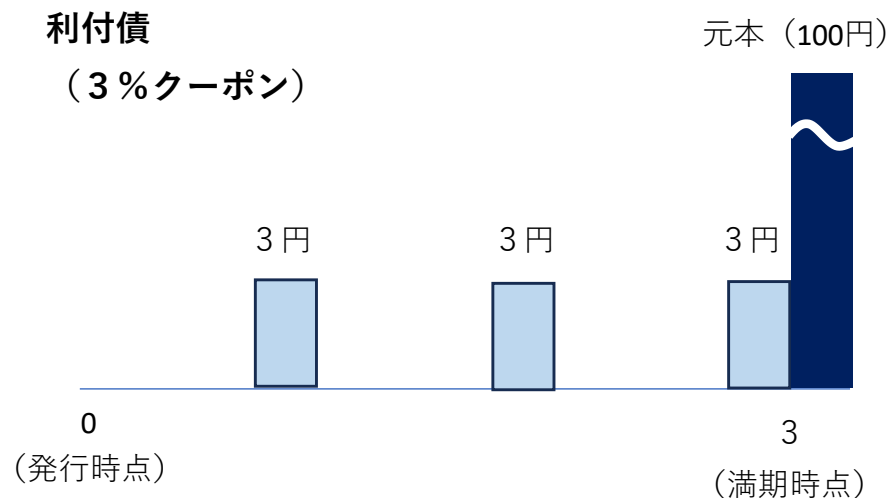
- 7. 1 金利リスクの復習
- 【①債券価格】
- 債券：保有者に予め定められたキャッシュフローを定期的に支払うことを約束する証券（「確定利付き証券」）
 - 発行主体別：公共債と民間債
 - キャッシュフローのパターン別：
 - ①利付債
 - ②割引債
 - ③コンソル債

7. ALM

- クーポン: C 額面価格: Q 利率: r (一定)のとき、債券価格 P はどのように決まる？

- ①利付債

$$P = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \dots + \frac{Q+C}{(1+r)^n}$$



7. ALM

- ②割引債
$$P = \frac{Q}{(1+r)^n}$$

- ③コンソル債
$$P = \frac{C}{r}$$

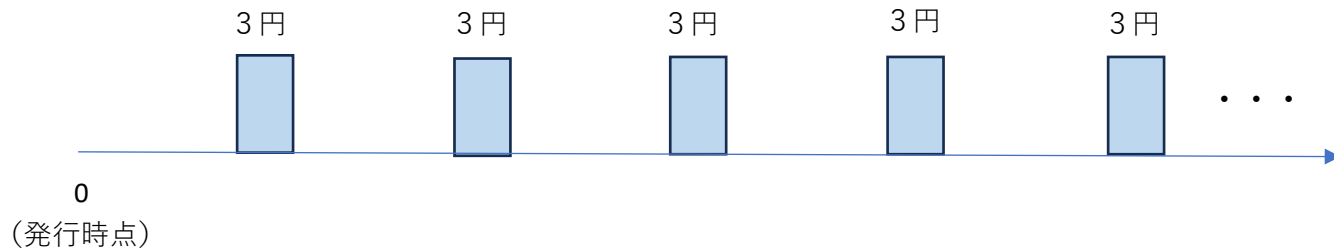
割引債

元本（100円）

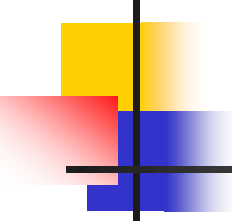
0
(発行時点)

3
(満期時点)

コンソル債（永久債）



⇒⇒⇒金利(↑)と債券価格(↓)は逆相関



7. ALM

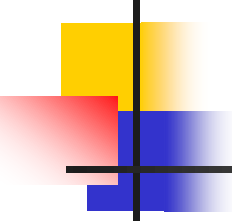
- 【②金利リスク:】
- 債券価格の変動リスク

■満期の短い債券として、利息が6万円で額面価格が100万円、満期1年の利付国債の現在価格を次の三つの利子率の場合。

①市場利子率=4% $\Rightarrow P = \frac{100+6}{1+0.04} = 101.9$ 万円

②市場利子率=6% $\Rightarrow P = \frac{106}{1+0.06} = 100$ 万円

③市場利子率=8% $\Rightarrow P = \frac{106}{1+0.08} = 98.1$ 万円



7. ALM

■満期の長い債券として満期が永遠であるコンソル債券について、
三つの利子率の場合について、現在価格求める。

①市場利子率＝4% $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.04} = 150$ 万円

②市場利子率＝6% $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.06} = 100$ 万円

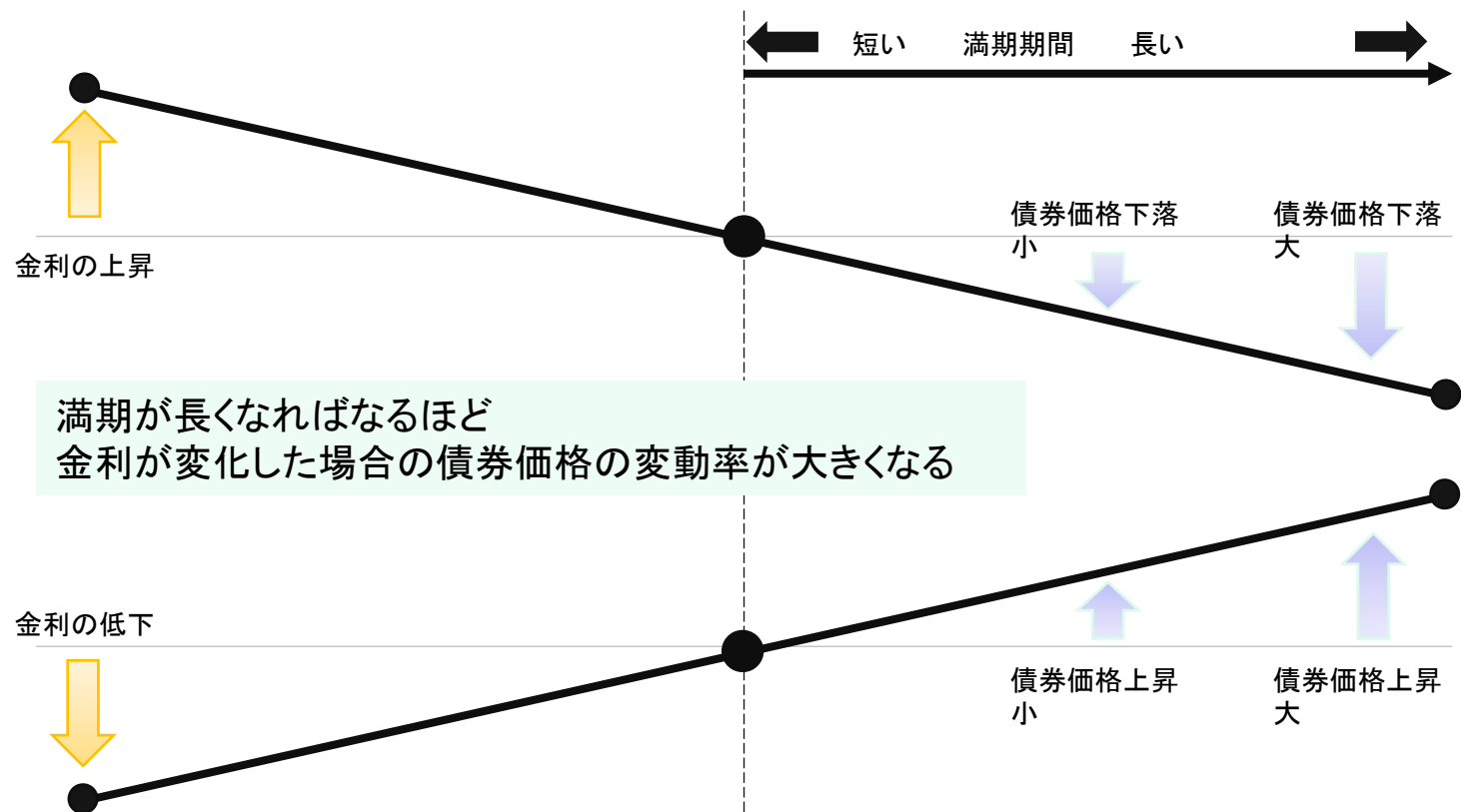
③市場利子率＝8% $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.08} = 75$ 万円

債券の満期が長い⇒回収リスクが大きい

- 投資資金の回収が長くかかる

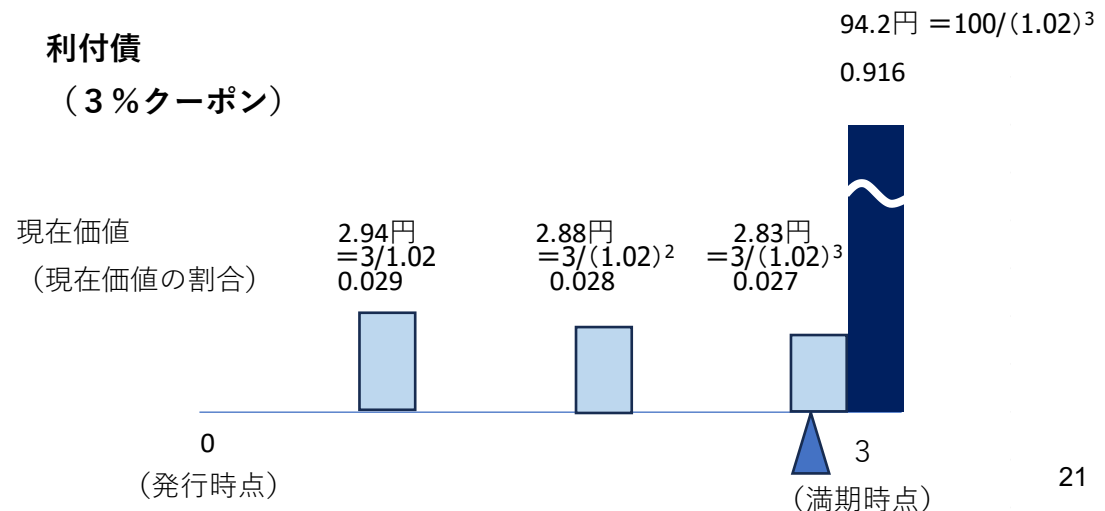
⇒⇒⇒短期債よりも長期債のほうがリスクが高い

7. ALM



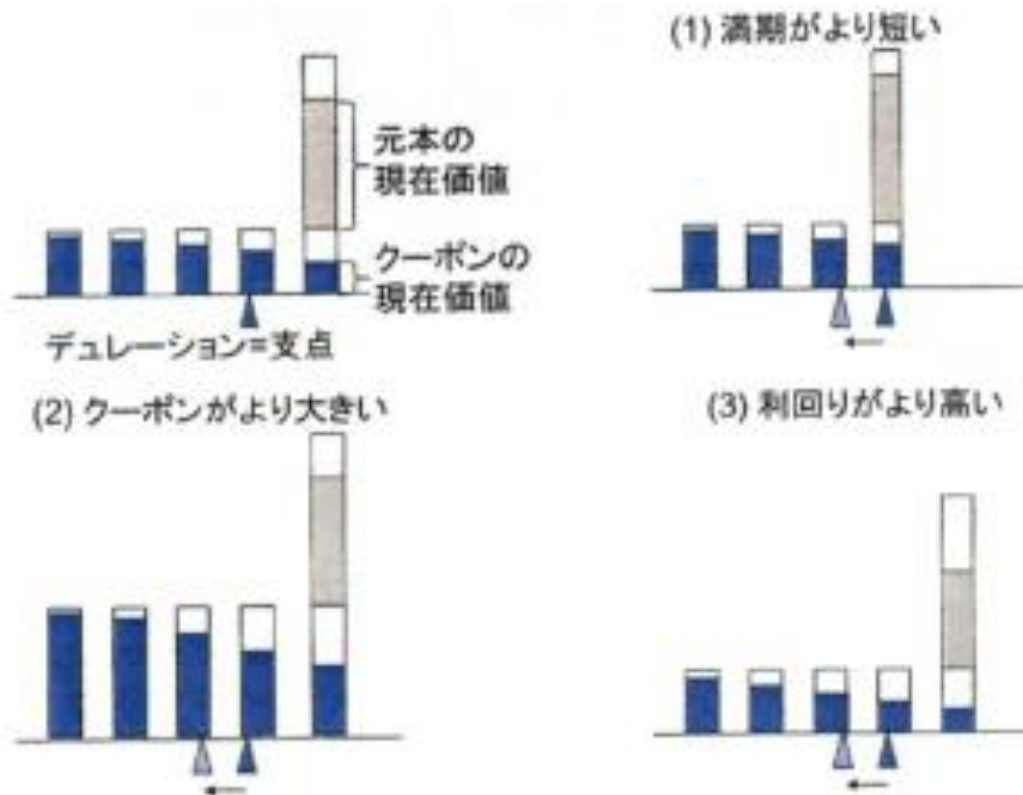
7. ALM

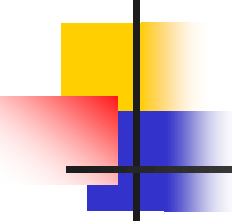
- 【③マコーレー・デュレーション】
- 債券の資金回収期間をどう測るのか？
 - 例：3年満期、クーポン3%、額面100円、債券価格102.88円、最終利回り2%の利付債
 - $D = \underline{1} \times (2.94 / 102.88) + \underline{2} \times (2.88 / 102.88) + \underline{3} \times \{ (2.83 + 94.2) / 102.88 \} = 2.91$



7. ALM

マコーレー・デュレーション: 各期のキャッシュフロー
(現在価値)をバランスさせる支点





7. ALM

- 【④デュレーション】
- デュレーション(D): 金利が上昇(dr)したときに、債券価格(P)は何%下落するか？
 - $D = -\frac{1}{P} \cdot \frac{dP}{dr}$
- 債券価格の変化率は以下のように表せる
 - $\frac{\Delta P}{P} = -D\Delta r$
- マコーレー・デュレーション
= (1 + 利回り) × デュレーション
との関係があり、非常に近い値をとる

7. ALM

- 将来受け取る利息と元本の割引現在価値

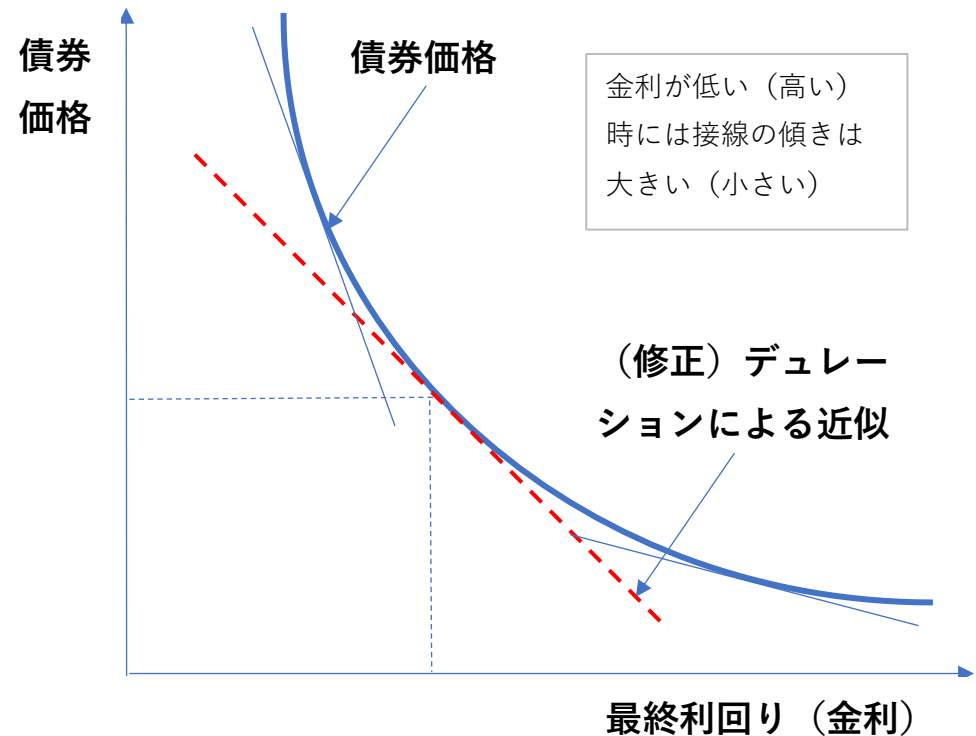
利息の現在価値 元本の現在価値

$$P = \sum_{t=1}^T \frac{I_t}{(1+r)^t} + \frac{F_T}{(1+r)^T}$$

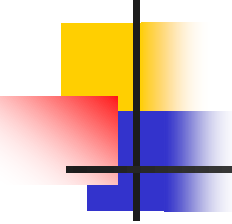
		将来(年後)					
		現在	1	2	3	4	5
将来価値	利息		10	10	10	10	10
	元本						1000
現在価値							
金利が 1% のとき	利息	48.534	9.901	9.803	9.706	9.610	9.515
	元本	951.466					951.466
	合計	1000.000					
金利が 2% のとき	利息	47.135	9.804	9.612	9.423	9.238	9.057
	元本	905.731					905.731
	合計	952.865					
金利が 3% のとき	利息	45.797	9.709	9.426	9.151	8.885	8.626
	元本	862.609					862.609
	合計	908.406					

7. ALM

- 先の数値例で金利が1%から2%に上昇したとき、債券価格の変化率(デュレーション)
- $$= (952.865 - 1000) / 1000 \times 100 = -4.71\%$$
- (問題) 金利が2%のときに3%に上昇すれば、修正デュレーションはどうなるか
- 大きくなる or 小さくなる？



$$(908.406 - 952.865) / 952.865 \times 100 = -4.67$$



7. ALM

- 7.2 イミュナイゼーション
- ALM(金利)リスク・・・資産と負債が金利変動によって異なる影響を受けるリスク。
 - 金利が低下(上昇)すると資産・負債額は増加(減少)
 - その変化幅は、資産と負債のデュレーションによって決定
 - 純資産＝資産額－負債額なので、金利の変動によって純資産も増減

7. ALM

<資産> 預け金 有価証券 貸出金	<負債> 普通預金 定期預金
	<純資産>

一般的に銀行や信用金庫は
短期調達(預金)、長期運用(貸出、有価証券)であるため
資産側のデュレーションが長い

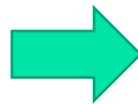


金利が上昇したときの現在価値の変化

Δ 資産 $>$ Δ 負債

<資産> 現在価値 100	<負債> 現在価値 70
	<純資産> 現在価値 30

市場金利が上昇



現在価値 85 (▲15)	現在価値 60 (▲10)
	現在価値 25 (▲5)

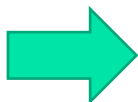
市場金利の上昇に対して
負債側より資産側の現在価値が
大きく減少するため、
結果として自己資本にあたる
純資産の価値が減少

このときの純資産減少額
5が△EVEとなる

7. ALM

<資産> 現在価値 100	<負債> 現在価値 70
	<純資産> 現在価値 30

市場金利が低下



現在価値 115 (+15)	現在価値 80 (+10)
	現在価値 35 (+5)

市場金利の低下に対して
負債側より資産側の現在価値が
大きく増加するため、
結果として自己資本にあたる
純資産の価値は増加

現在価値ベースのリスクはない

<資産> 現在価値 100	<負債> 現在価値 70
	<純資産> 現在価値 30

市場金利が低下

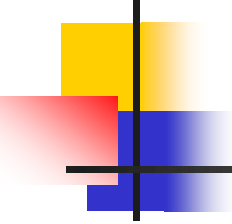


現在価値 110 (+10)	現在価値 85 (+15)
	現在価値 25 (▲5)

生保会社は
負債側のデュレーションが長い

金利が低下したときの
現在価値の変化

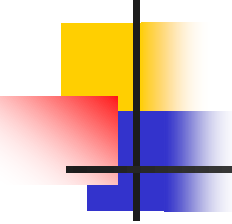
Δ資産 < Δ負債



7. ALM

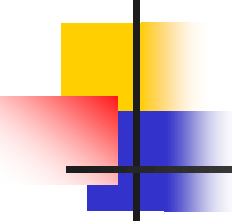
■ デュレーション・ギャップ

- 資産と負債の修正デュレーションの差。
- 金利が1%変化したとき、純資産(S)が何%増減するか の尺度。
- 純資産(S)は、資産の市場価値(MV_A)と負債の市場価値(MV_L)との差。
- デュレーションには加法性がある。
- $$MV_A \times D_A = D_S \times S + MV_L \times D_L$$
- $$D_S = (MV_A \times D_A - MV_L \times D_L) / S$$



7. ALM

- イミュナイゼーション(免疫):
 - 金利変化しても、純資産(S)が変動しない状態を作り出す。
 - $\rightarrow MV_A \times D_A - MV_L \times D_L = 0$
 - $\rightarrow D_A - (MV_L / MV_A) \times D_L = 0$
 - ただし、 (MV_L / MV_A) は資産・負債比率
 - 「 $D_A - (MV_L / MV_A) \times D_L$ 」(デュレーション・ギャップ)をゼロにする。



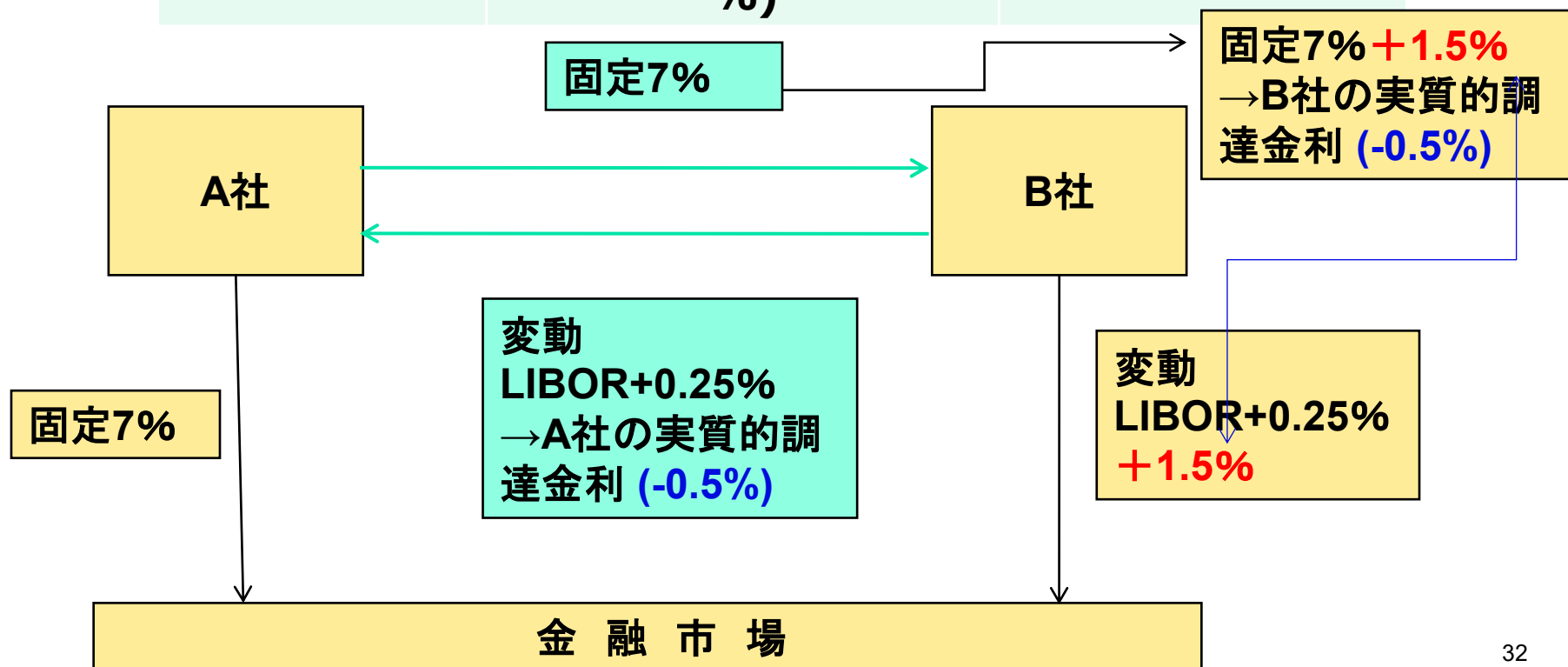
7. ALM

■ 7. 3 スワップ

- スワップはキャッシュ・フローを交換する相対取引。「金利スワップ」と「通貨スワップ」等。
- **金利スワップ**: 同一通貨間の異なる種類の金利を交換する取引。元本の交換をしない(金利計算のための名目上の元本: **想定元本**)
- **通貨スワップ**: 異種通貨間の債権等の交換取引。元本を交換。(ex:ドル・円債権の交換)
- 当初のスワップ取引は、想定元本が変わらない簡単な取引(「**プレーンバニラ**」)

7. ALM

スワップ前(後)	A社	B社
固定金利	7%	9%(8.5%)
変動金利	LIBOR+0.75%(+0.25%)	LIBOR+1.75%



7. ALM

- B社はA社よりも信用力が低い。A社とB社の調達固定金利差2%と調達変動金利差1%の差である1%をA社とB社で分割。
- A社は金利低下を予想して、固定金利を変動金利に交換。B社は金利上昇を予想して、変動金利を固定金利に交換。
- 両者ともに予想が外れた場合の金利リスクを抱える取引。

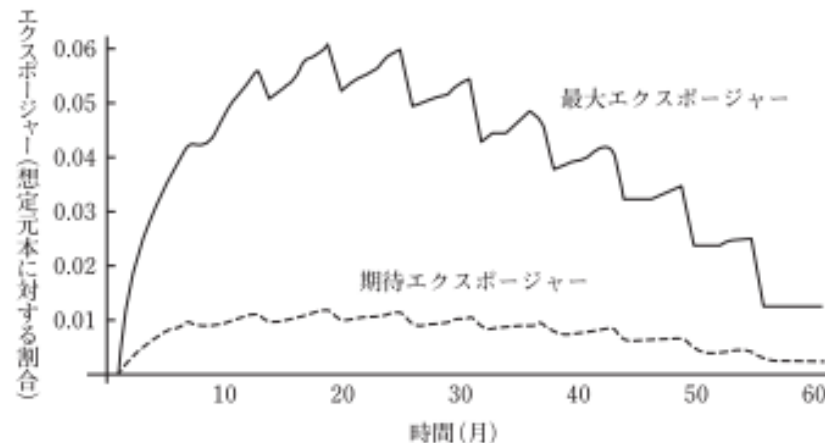
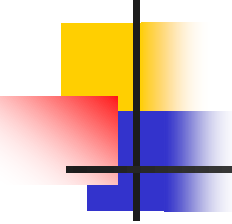


図 12.3 プレーン・バニラ・スワップのエクスポージャー・シミュレーション

(出所)『戦略的リスク管理入門』



本日の課題

- 資産の修正デュレーションが5年、市場価値ベースの自己資本比率が10%である生命保険会社がある。
- いま、同社は、金利が変動しても自己資本が変動しないようにイミュナイゼーションしている。
- この保険会社の負債の修正デュレーションは何年か？（※割り切れない場合は、四捨五入して小数点一位まで答えよ。）