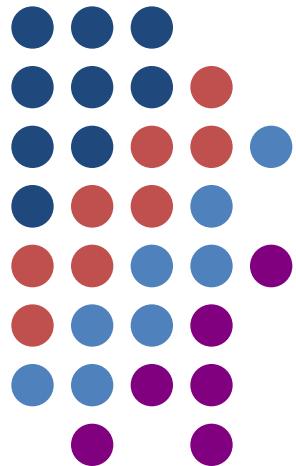
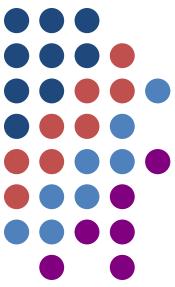


# 統合リスク管理(ERM) —平均・分散アプローチを超えて—

武蔵大学

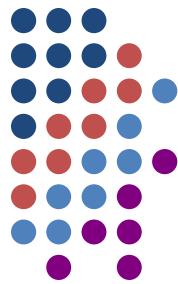
茶野 努





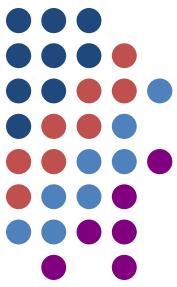
# 目次

- 1. ERM(統合リスク管理)とは
- 2. 平均・分散アプローチ
- 3. 平均・分散アプローチを超えて
- 4. 何が重要か？



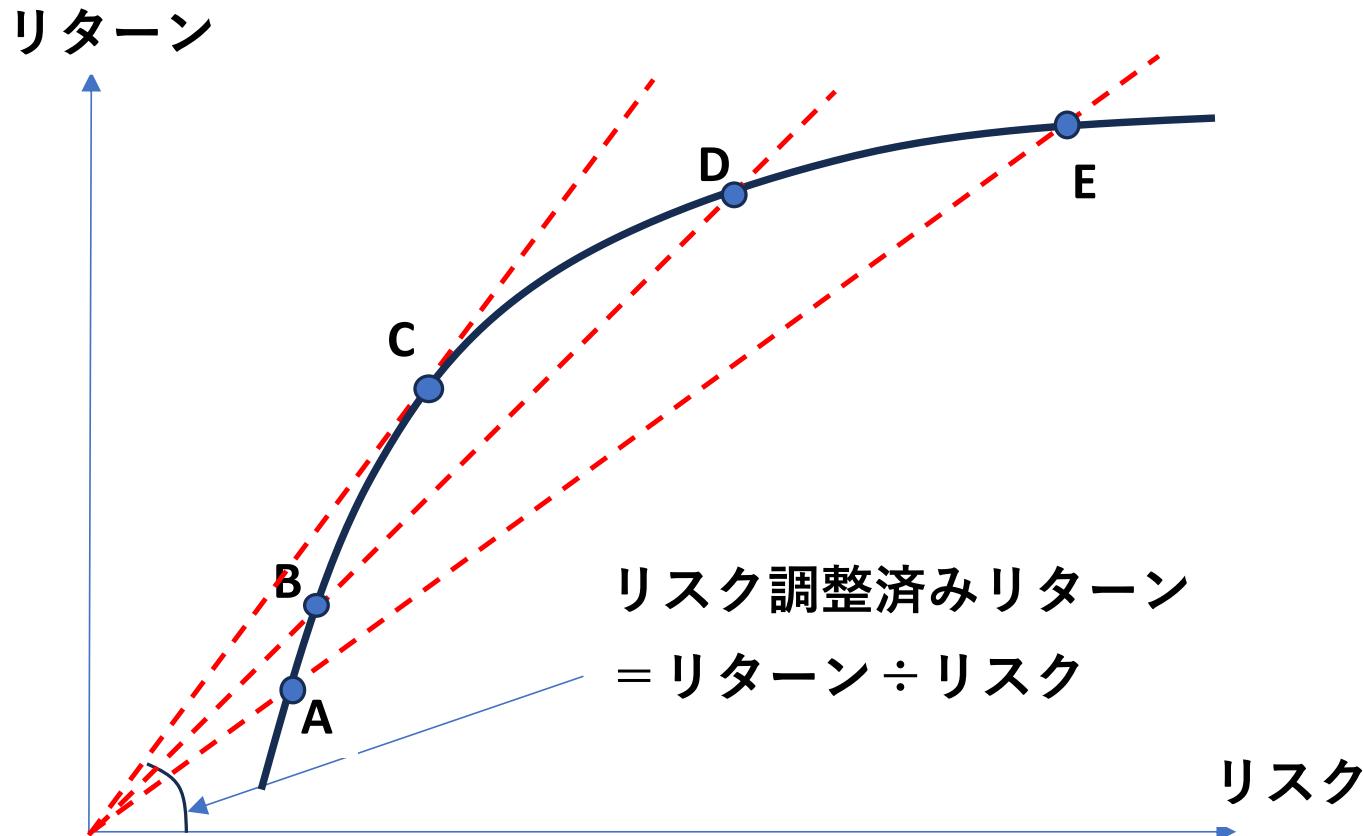
# 1. ERMとは

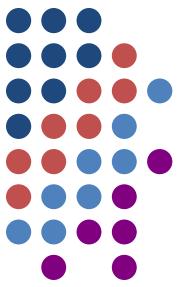
- ◆ 「戦略的リスク管理入門」における定義
  - ◆ 「リスクとは予想される結果から変動を生じさせる変数である。ERMは、事業目的を達成し、予想しえない収益変動を最小化し、企業価値を最大化するために、主要リスクを管理するための包括的かつ統合的枠組みである。」
- ◆ →収益、リスク、(自己)資本を総合的に管理すること



# 1. ERMとは

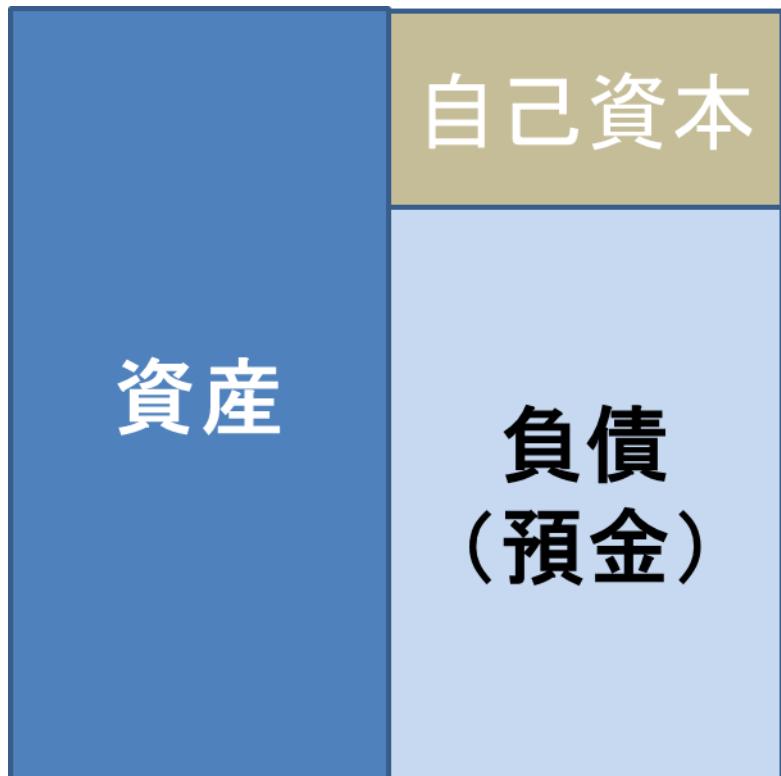
## ◆リスクとリターンの関係



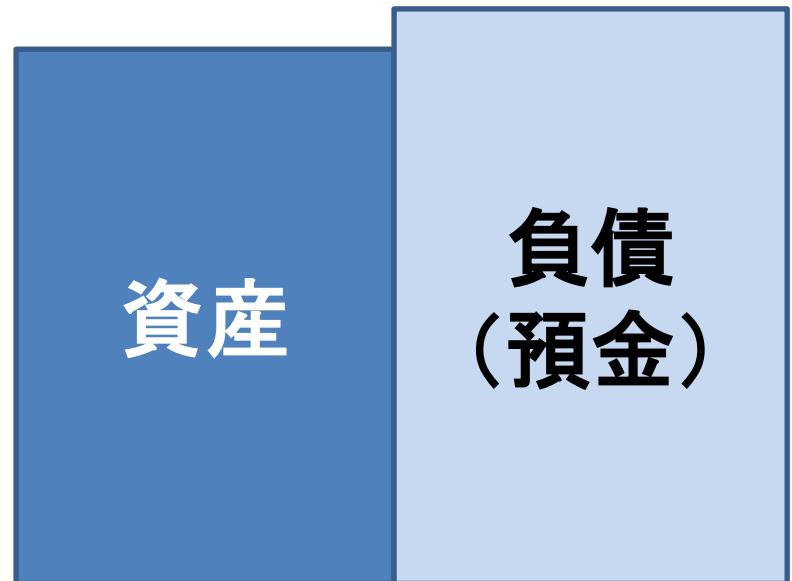


# 1. ERMとは

## ◆リスクと自己資本の関係



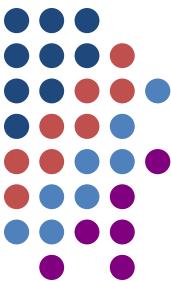
自己資本=リスクバッファー





## 2. 平均・分散アプローチ





## 2. 平均・分散アプローチ

### ◆株式の投資収益率

トータル・リターン

= インカム・リターン + キャピタル・リターン

$$r_t = \frac{i_t}{P_{t-1}} + \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

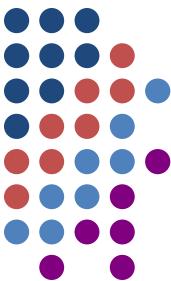
#### 【例題】

ある年の初めにA社の株式を1株1000円で買った。

その年に配当を50円受取った。

年末にA社の株価は1200円になっていた。1年間のリターンは？

$$r_t = \frac{50}{1000} + \frac{1200 - 1000}{1000} = 5\% + 20\% = 25\%$$



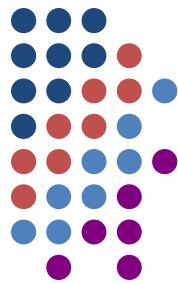
## 2. 平均・分散アプローチ

- **リターン(期待値)**: 確率変数( $x$ )をその対応する確率( $p$ )で加重平均したもの。

$$\mu = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n = \sum p_i x_i$$

- **リスク(分散あるいは標準偏差)**: 期待値を中心としてどの程度結果がばらついているかを示す。

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= p_1(x_1 - \mu)^2 + p_2(x_2 - \mu)^2 \\ &\quad + \dots + p_n(x_n - \mu)^2 \\ &= \sum p_i(x_i - \mu)^2\end{aligned}$$



## 2. 平均・分散アプローチ

例1：次のような宝くじがある

	賞金	当たり本数	確率
1等	1000万円	1本	1／1000
2等	100万円	4本	4／1000
3等	10万円	30本	30／1000
ハズレ	0円	965本	965／1000
合計		1000本	

この宝くじにいくら支払いますか？

$$\begin{aligned} & 1000\text{万円} \times (1/1000) + 100\text{万円} \times (4/1000) \\ & + 10\text{万円} \times (30/1000) + 0\text{円} \times (965/1000) \\ & = 17000\text{円} \end{aligned}$$



## 2. 平均・分散アプローチ

### 例2：

【問い合わせ】以下のような収益額の分布が分かっているA、B二つの株式がある。このとき、どちらの株式に投資するほうが合理的か？

#### 【A株式】

収益額(円) ①	確率(%) ②
- 500,000	0
10,000	27.5
50,000	67.5
100,000	5
500,000	0

#### 【B株式】

収益額(円) ①	確率(%) ②
- 500,000	10
10,000	15
50,000	50
100,000	15
500,000	10



## 2. 平均・分散アプローチ

まず、期待値(平均)を出しましょう。

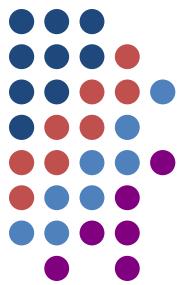
【A株式】

収益額(円) ①	確率(%) ②	期待値 ③= $\sum (① \times ②)$
▲ 500,000	0	0
10,000	27.5	2,750
50,000	67.5	33,750
100,000	5	5,000
500,000	0	0
<b>41,500</b>		

【B株式】

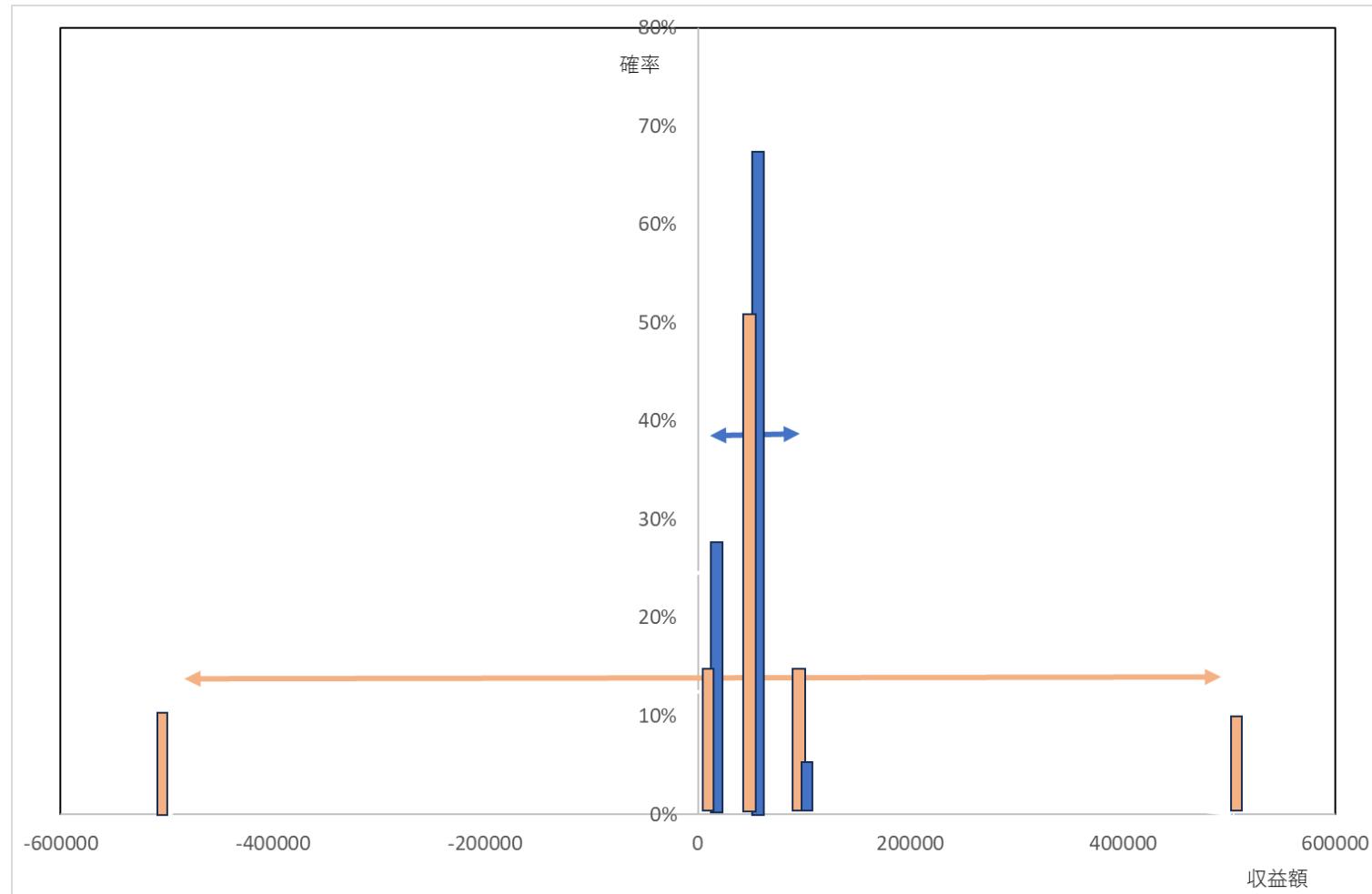
収益額(円) ①	確率(%) ②	期待値 ③ $= \sum (① \times ②)$
▲ 500,000	10	-50,000
10,000	15	1,500
50,000	50	25,000
100,000	15	15,000
500,000	10	50,000
<b>41,500</b>		

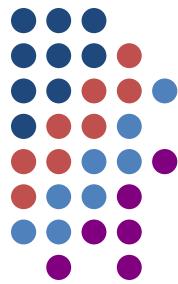
→期待できる収益の大きさは同じです。あなたはどちらに投資しますか？



## 2. 平均・分散アプローチ

つぎに分散(標準偏差)を出しましょう。





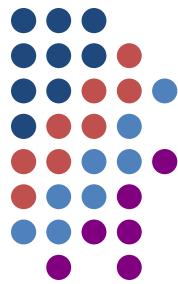
## 2. 平均・分散アプローチ

【A株式】

収益額(円) ①	確率(%) ②	期待値 ③= $\sum$ (①×②)	偏差 ④=①—③	偏差の二乗 ⑤=④×④	分散 ⑥= $\sum$ (⑤×②)	標準偏差 ⑦= $\sqrt{⑥}$
▲ 500,000	0	0	▲ 541,500	293,222,250,000	0	
10,000	27.5	2,750	▲ 31,500	992,250,000	272,868,750	
50,000	67.5	33,750	8,500	72,250,000	48,768,750	
100,000	5	5,000	58,500	3,422,250,000	171,112,500	
500,000	0	0	458,500	210,222,250,000	0	
		41,500			492,750,000	22,198

【B株式】

収益額(円) ①	確率(%) ②	期待値 ③= $\sum$ (①×②)	偏差 ④=①—③	偏差の二乗 ⑤=④×④	分散 ⑥= $\sum$ (⑤×②)	標準偏差 ⑦= $\sqrt{⑥}$
▲ 500,000	10	-50,000	▲ 541,500	293,222,250,000	29,322,225,000	
10,000	15	1,500	▲ 31,500	992,250,000	148,837,500	
50,000	50	25,000	8,500	72,250,000	36,125,000	
100,000	15	15,000	58,500	3,422,250,000	513,337,500	
500,000	10	50,000	458,500	210,222,250,000	21,022,225,000	
		41,500			51,042,750,000	225,926



## 2. 平均・分散アプローチ

### 【答え】

前表のとおり、A、B両株式の期待収益額は41,500円である。一方で、A株式の標準偏差は22,198円なのに対して、B株式の標準偏差は225,926円である。

これは、どちらの株式に投資しても期待できる収益は同じであるにもかかわらず、B株式に投資したほうが収益のブレが大きくなることを意味する。したがって、A株式に投資するのがよい。



## 2. 平均・分散アプローチ

### ◆共分散と相関係数

- 2つの資産AとBのリターンがどれだけ同じように動くかを測る。

共分散 (covariance)

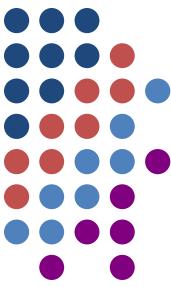
$$Cov(r_A, r_B) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{A,t} - \bar{r}_A)(r_{B,t} - \bar{r}_B)$$

相関係数 (correlation coefficient)

$$\rho_{AB} = \frac{Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

相関係数の値の範囲

$$-1 \leq \rho_{AB} \leq +1$$



## 2. 平均・分散アプローチ

### ◆ポートフォリオのリターン・リスク

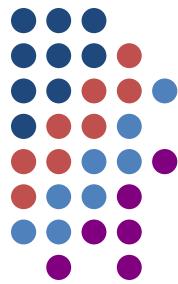
- 株式nのリターンが $r_n$ 、リスクが $\sigma_n^2$ 、投資割合が $w_n$ のとき

- ポートフォリオ(p)のリターンは

$$\mu_p = w_1 r_1 + w_2 r_2$$

- ポートフォリオ(p)のリスク

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \text{Cov}_{12} \\ &= w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}\end{aligned}$$



## 2. 平均・分散アプローチ

### ◆ポートフォリオのリターン・リスク

- 例題
- 株式1のリターンが2%、分散が16、投資割合が60%、株式2のリターンが8%、分散が36、投資割合が40%とする。

- このとき、このポートフォリオの期待リターンは？

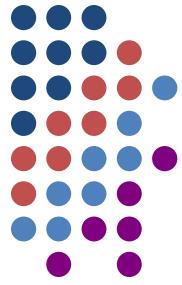
$$\mu_p = 0.6 * 2\% + 0.4 * 8\% = 4.4\%$$

- では、このポートフォリオのリスクは？

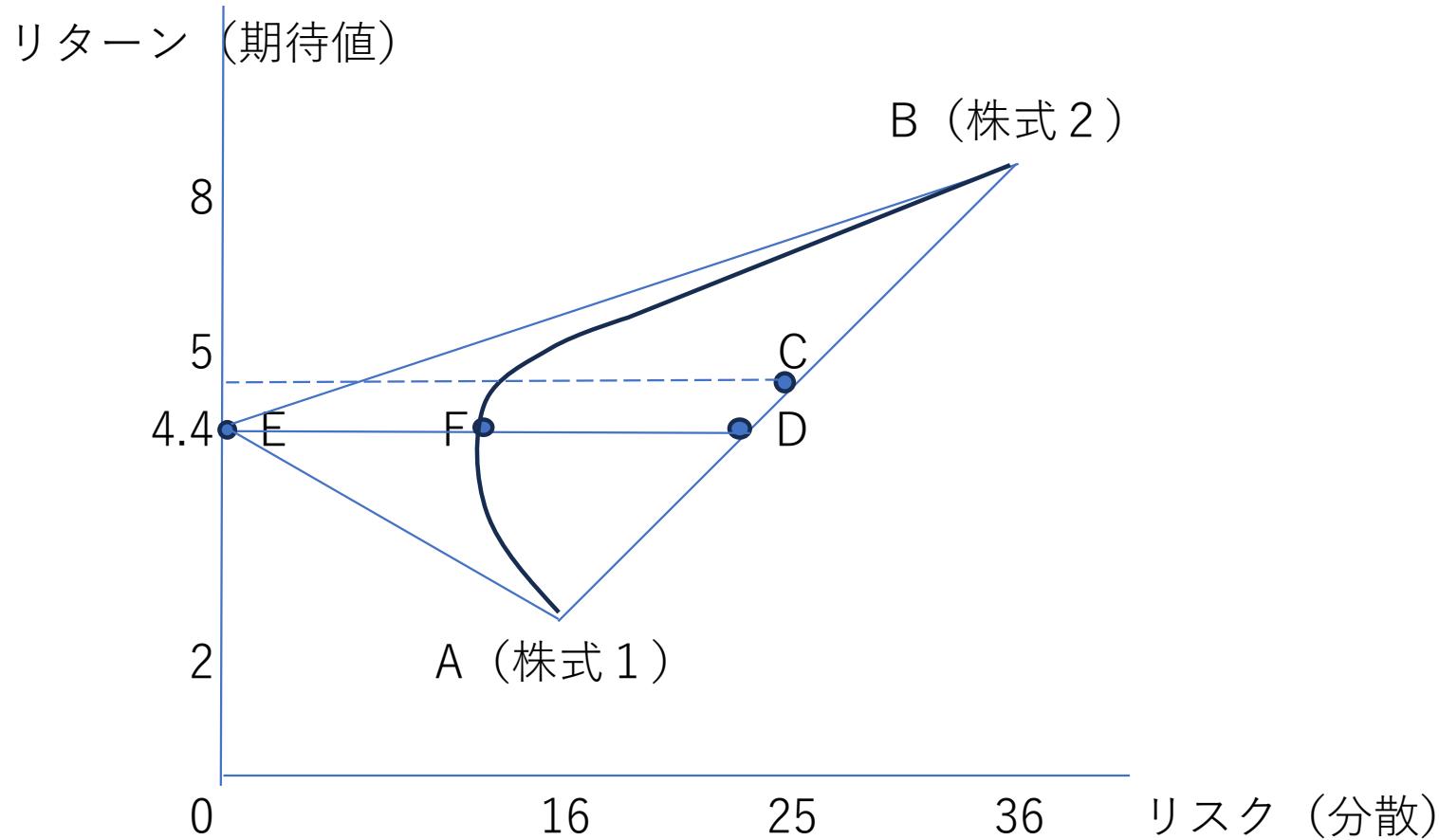
相関係数が1:  $\sigma_p^2 = (0.6 * 4 + 0.4 * 6)^2 = 25$

相関係数が-1:  $\sigma_p^2 = (0.6 * 4 - 0.4 * 6)^2 = 0$

相関係数が0:  $\sigma_p^2 = (0.6 * 4)^2 + (0.4 * 6)^2 = 11.52$



## 2. 平均・分散アプローチ

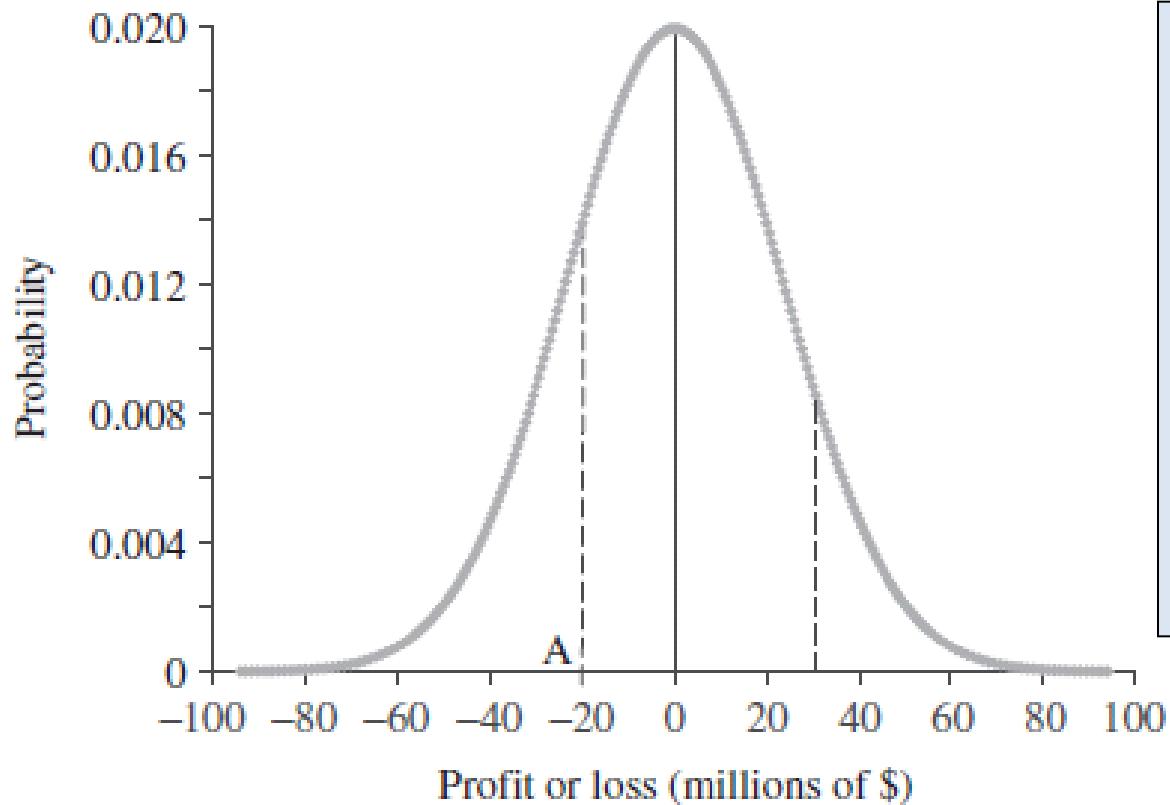




### 3. 平均・分散アプローチを超えて

◆損益分布曲線を使って考えてみよう！

図1. 損益分布曲線



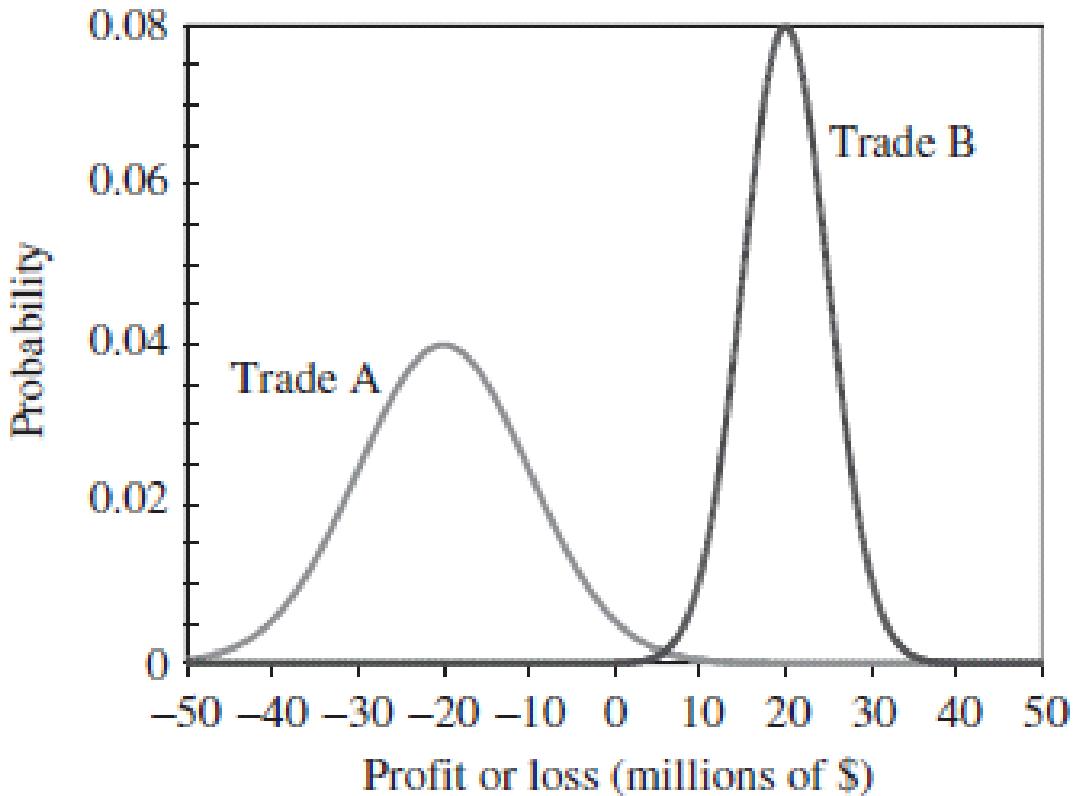
A点より左の曲線下の面積は、全面積の20パーセントに相当する。

それは、2000万ドル以上の損失が生じる可能性が20パーセントであることを意味する。



### 3. 平均・分散アプローチを超えて

図2. 二つの取引の損益分布



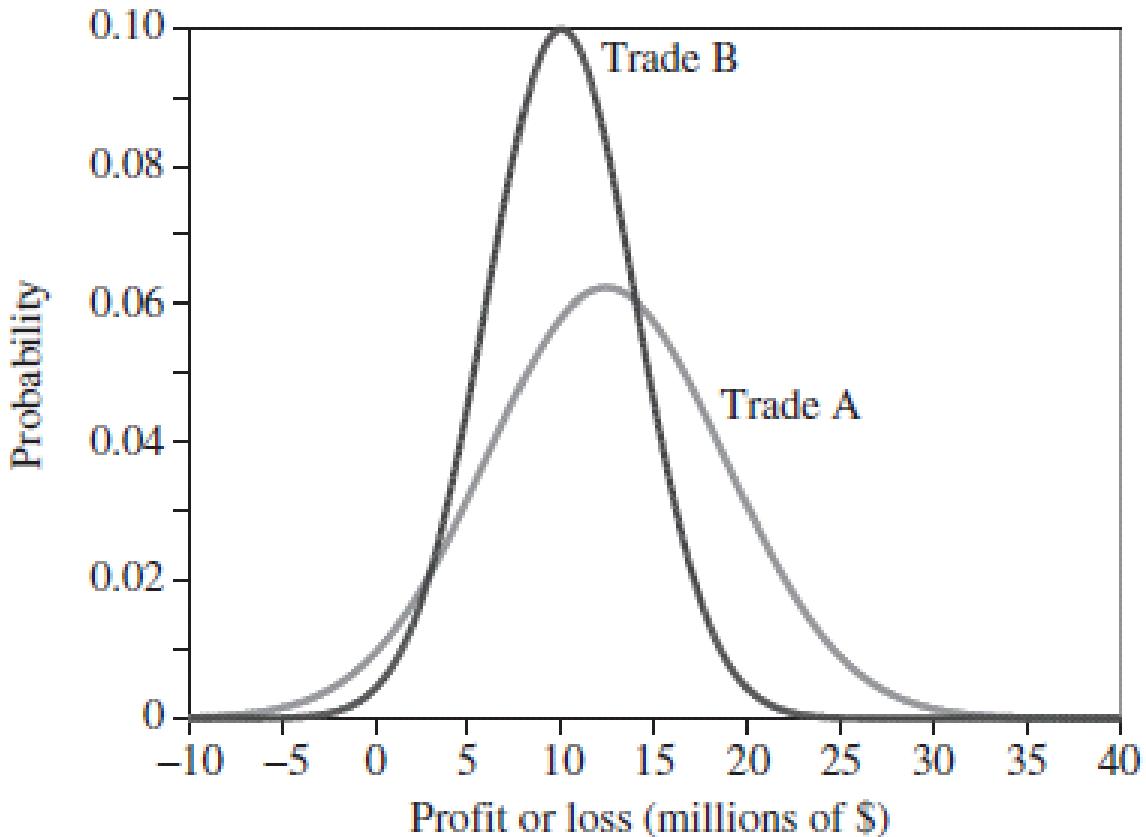
Q1. あなたならどちらの取引を行いたいと思うか？

→しかし、こんな取引は世の中には存在しないことが多い！（裁定取引が存在するため）



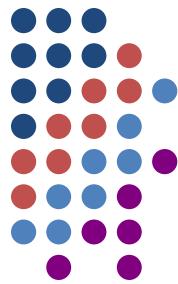
### 3. 平均・分散アプローチを超えて

図3. なおも二つの別の取引の損益分布



Q2. あなたはどちらの取引を行いたいと思うか。それは、なおも明確か？

→リスク回避度(効用関数)の特定化が必要である。



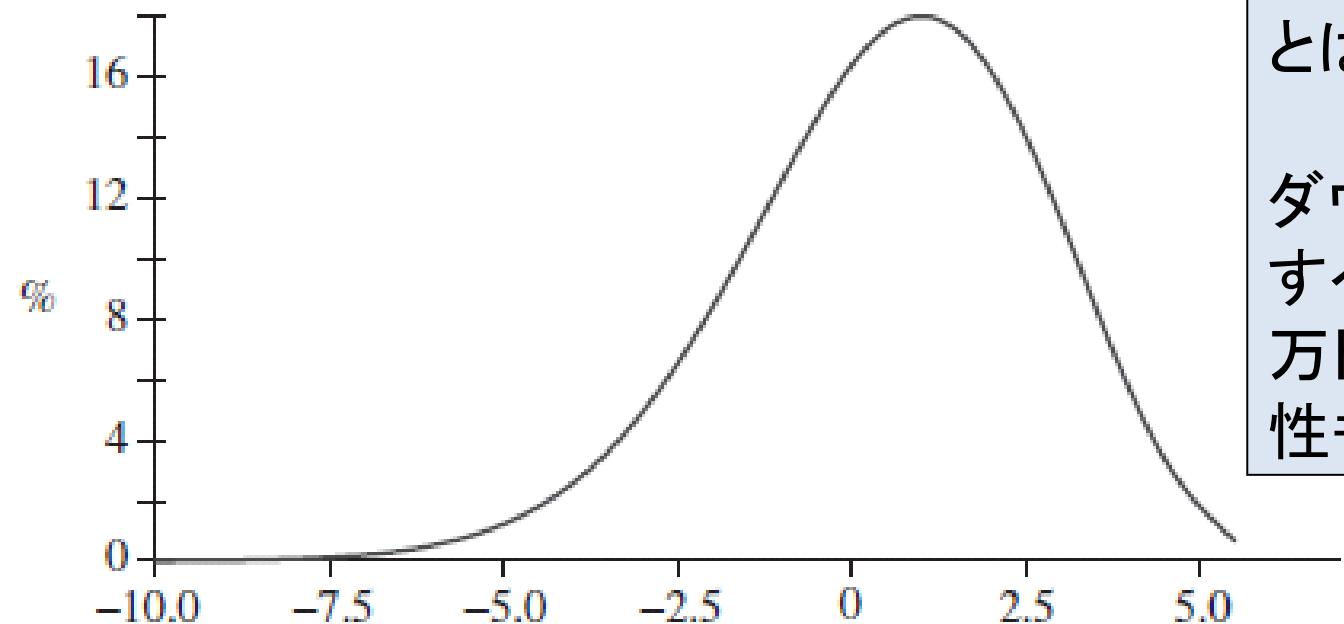
### 3. 平均・分散アプローチを超えて

- 損益分布関数の形状
- これまで、正規分布(左右対称で釣り鐘のような形の分布)を前提に議論をしてきた。
- 実際の取引の分布は、正規分布なのであろうか？
- 株式投資は、比較的そうかもしれない。けれども、融資やデリバティブ取引は？



### 3. 平均・分散アプローチを超えて

- 図4. 100万ドルを(独立の)1000社に融資する場合の損益分布 (年間デフォルト確率が0.5パーセント、単位は10万ドル)



アップサイド: 利益は貸付金利を上回ることはない。

ダウンサイド: 1000社すべてが倒産し、100万ドル損をする可能性もゼロではない。



### 3. 平均・分散アプローチを超えて

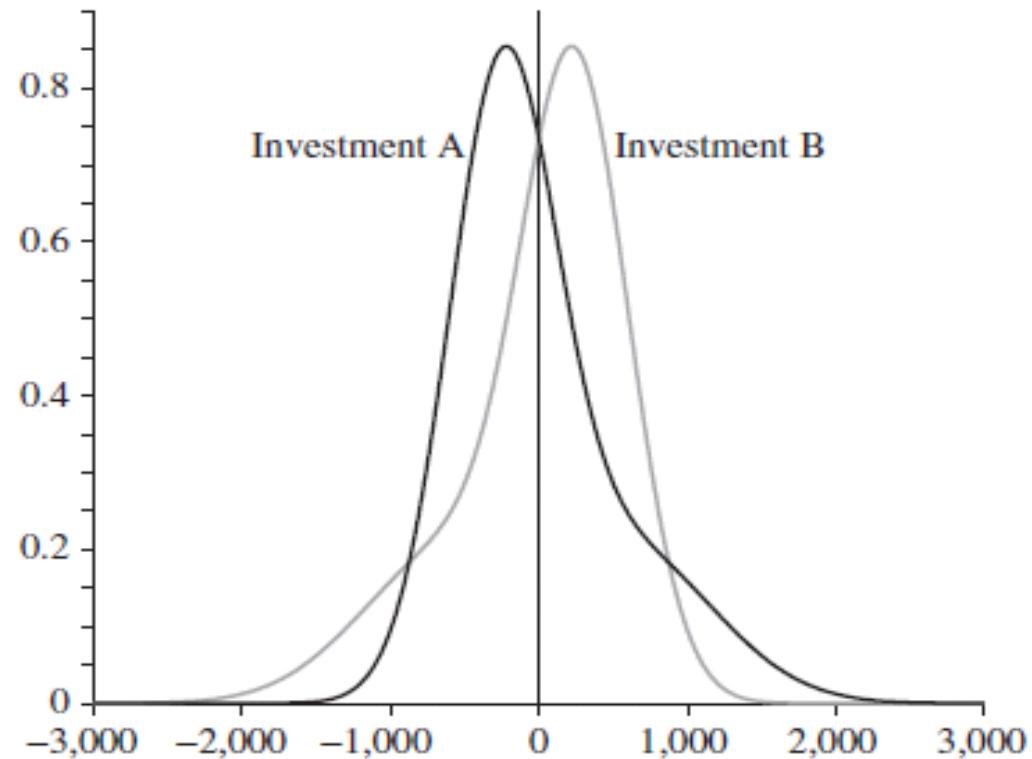
- デリバティブの損益分布も歪んでいる！
- デリバティブ取引は、保険の購入（販売）と考えればわかりやすい。
- プット・オプションの買い＝保険加入者
- →少ない掛け金（=オプション・プレミアム）  
で大きな保証（=資産価格の損失補填）
- プット・オプションの売り＝保険会社
- →少ない収益の割に大きな損失の可能性



### 3. 平均・分散アプローチを超えて

- 図5. 投資Aと投資Bの損益分布。

投資AとBは、平均・分散が同じ (ミラーイメージ)



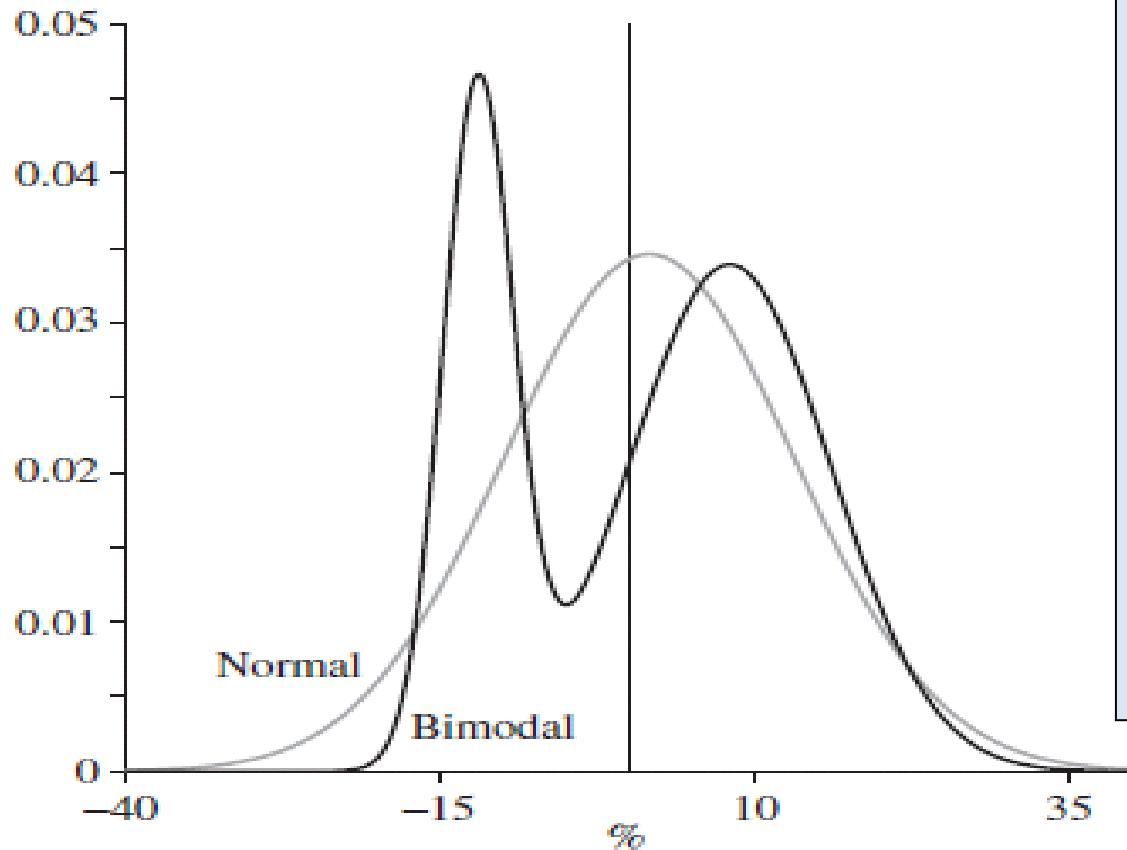
Q3. どちらが好ましい?  
実験では、投資Aが好まれる。  
→全く特性が異なる取引(平均・分散アプローチの限界)

■左図のような分布をファットテイルという(投資A(B)は正(負)の歪度をもつ)。



### 3. 平均・分散アプローチを超えて

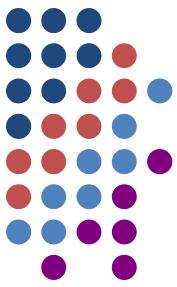
- 図6. 平均・分散が等しい別の損益分布。



Q4. さらに、どちらが  
好ましい？

意思決定を一律的に  
は行えない = “魔法の  
公式”は存在しない

では、なぜファイナン  
ス論を学ぶ必要があ  
るのか？

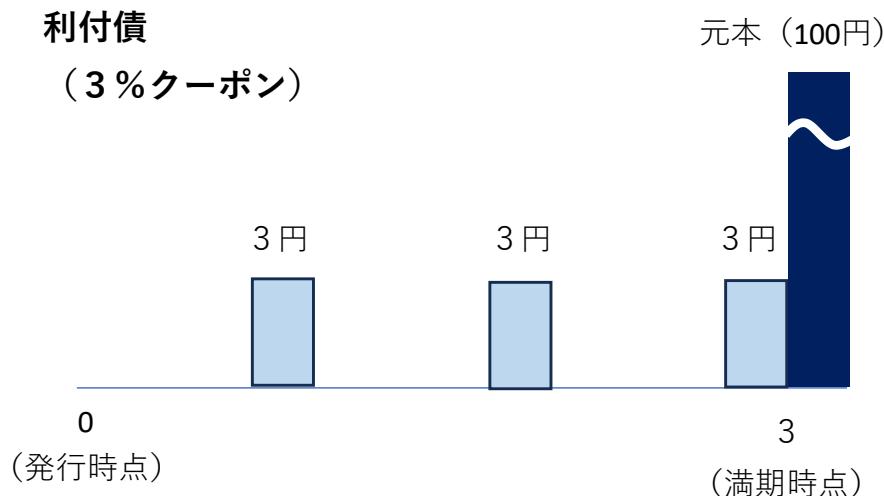


# 4. 何が重要か

## ◆債券価格

- クーポン:C 額面価格:Q 利子率:r(一定)のとき、債券価格Pはどのように決まる？
- ①利付債

$$P = \frac{C}{1+r} + \frac{C}{(1+r)^2} + \frac{C}{(1+r)^3} + \cdots + \frac{Q+C}{(1+r)^n}$$





# 4. 何が重要か

- ②割引債

$$P = \frac{Q}{(1+r)^n}$$

割引債

元本 (100円)



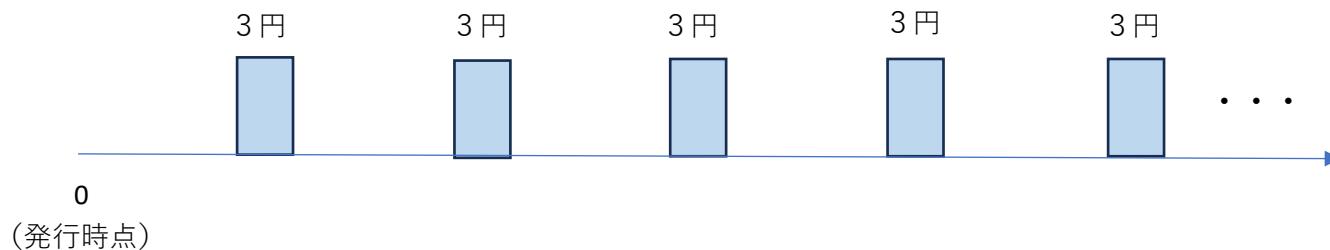
- ③コンソル債

$$P = \frac{C}{r}$$

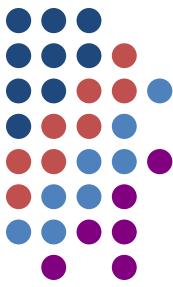
コンソル債（永久債）

0  
(発行時点)

3  
(満期時点)



⇒⇒⇒金利(↑)と債券価格(↓)は逆相関



# 4. 何が重要か

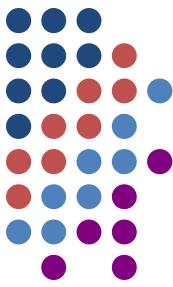
## ◆金利リスク ⇄ 債券価格の変動リスク

■満期の短い債券として、利息が 6 万円で額面価格が 100 万円、満期 1 年の利付国債の現在価格を次の三つの利子率の場合。

①市場利子率 = 4%  $\Rightarrow P = \frac{100 + 6}{1 + 0.04} = 101.9$  万円

②市場利子率 = 6%  $\Rightarrow P = \frac{106}{1 + 0.06} = 100$  万円

③市場利子率 = 8%  $\Rightarrow P = \frac{106}{1 + 0.08} = 98.1$  万円



# 4. 何が重要か

■満期の長い債券として満期が永遠であるコンソル債券について、三つの利子率の場合について、現在価格求める。

①市場利子率=4%  $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.04} = 150\text{万円}$

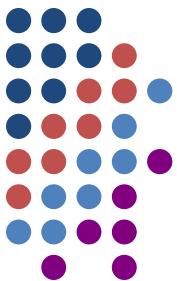
②市場利子率=6%  $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.06} = 100\text{万円}$

③市場利子率=8%  $\Rightarrow P = \frac{C}{r} = \frac{6}{0.08} = 75\text{万円}$

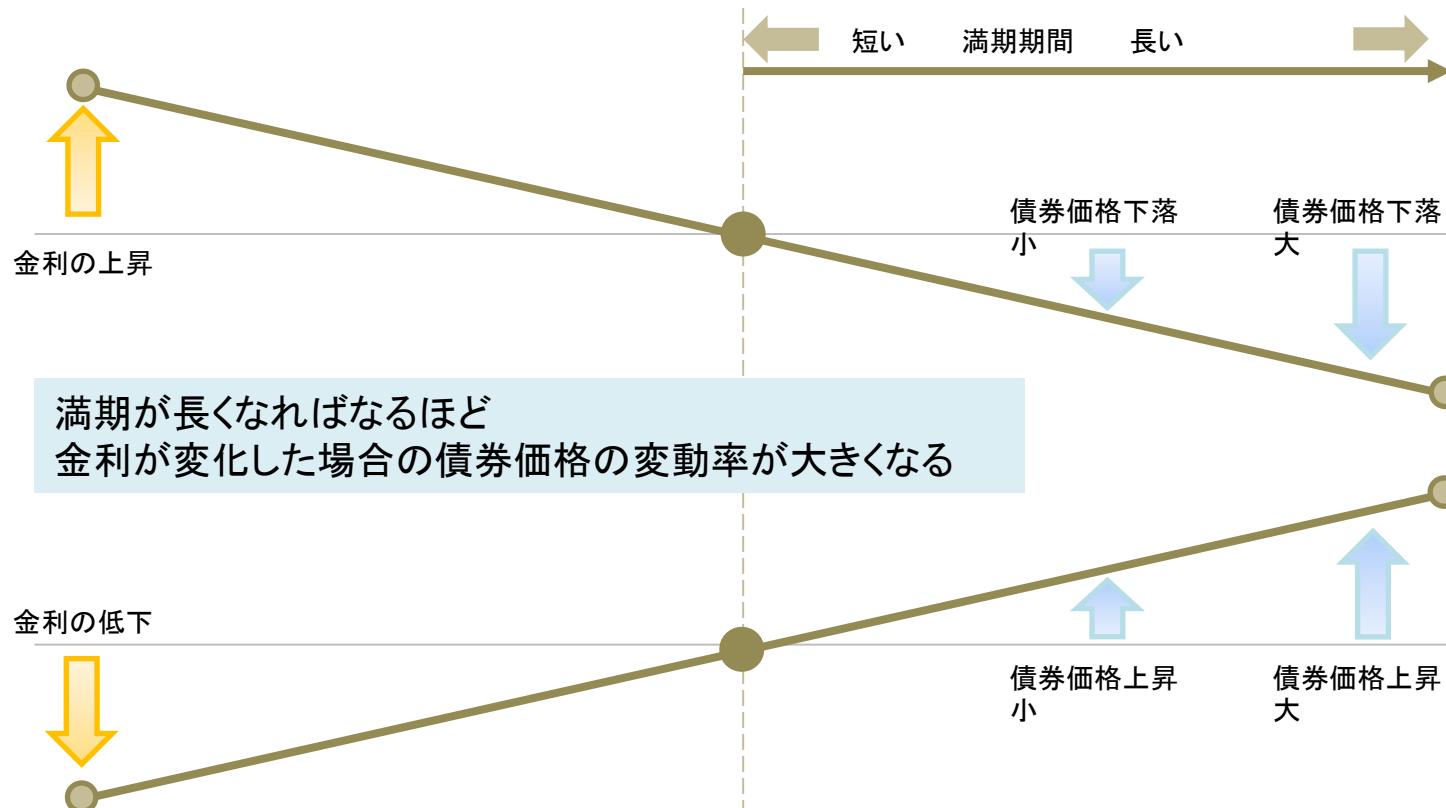
債券の満期が長い $\Rightarrow$ 回収リスクが大きい

- 投資資金の回収が長くかかる

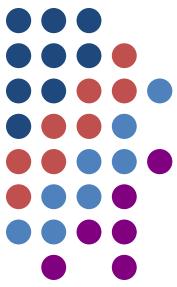
$\Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow$ 短期債よりも長期債のほうがリスクが高い



# 4. 何が重要か

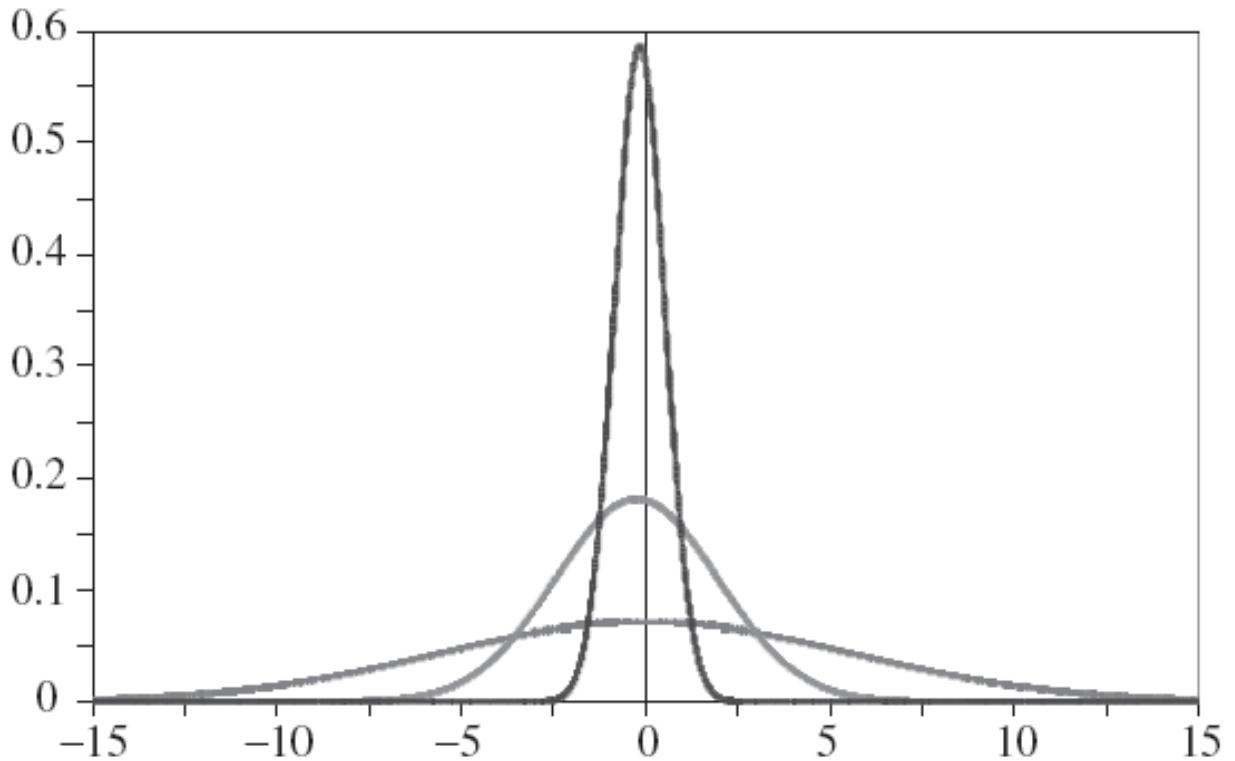


東海東京証券株式会社HPより作成



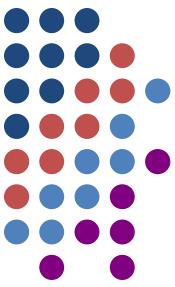
## 4. 何が重要か

- 重要な期待収益の予測！



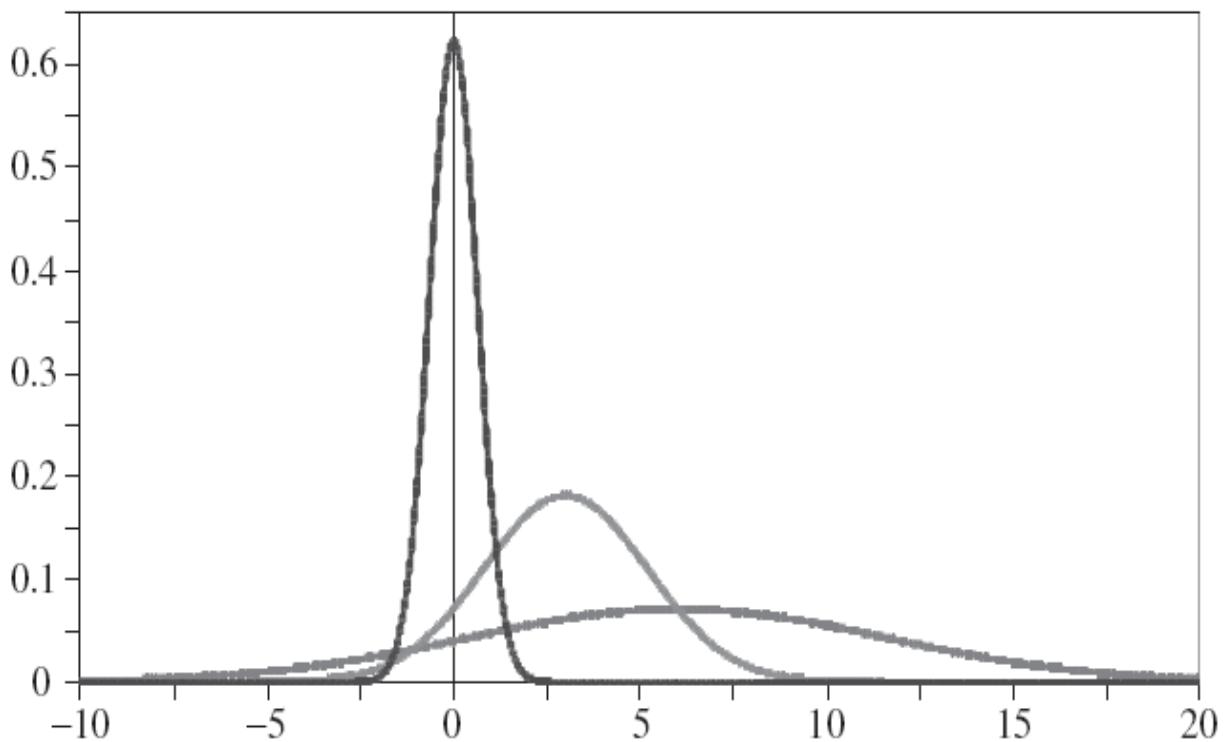
期間5年の金利動向をシミュレーションし得られた2年、5年、10年債の予想収益分布。

このシミュレーションでは金利データのトレンドは取り除いてある。

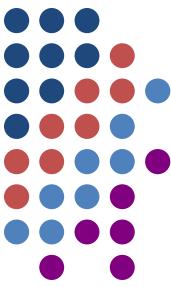


## 4. 何が重要か

- 重要な期待収益の予測！

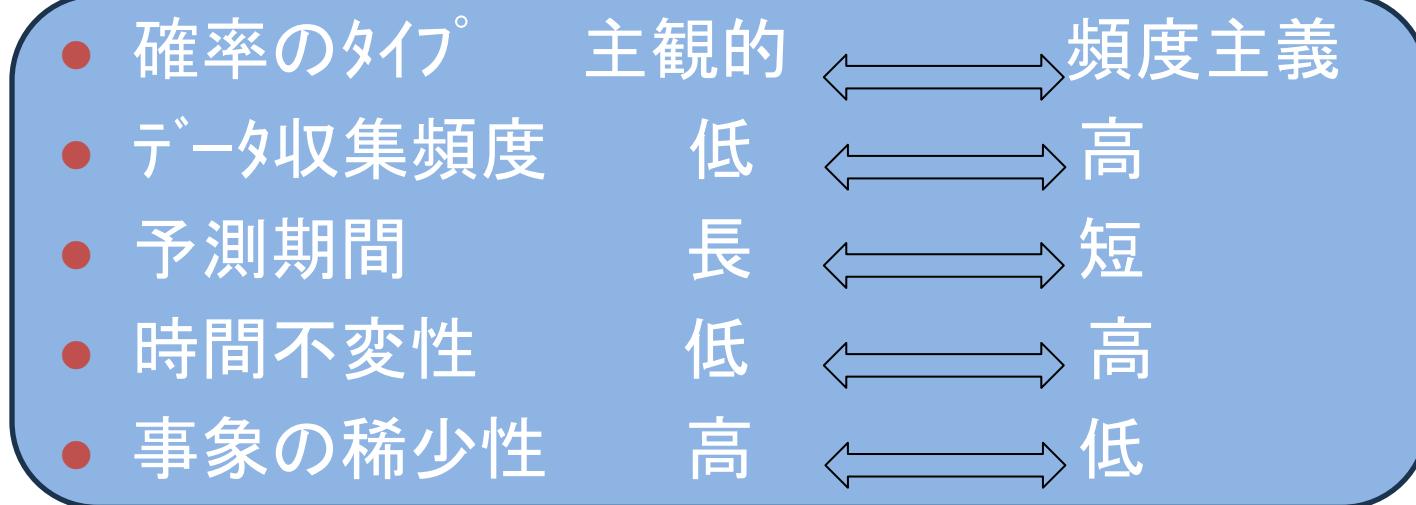


トレンドを入れた場合。  
前に比べ、右側に移動。これは**5年間で金利が低下(債券価格は上昇、とくに長期債の価格は大きく上昇)**するため。トレンドから得られる情報が分散から得られる情報を圧倒する。

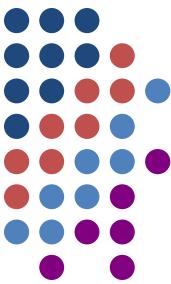


## 4. 何が重要か

- 頻度主義確率と主観的(ベイズ)確率
- Q. どちらの確率を使うべきか？

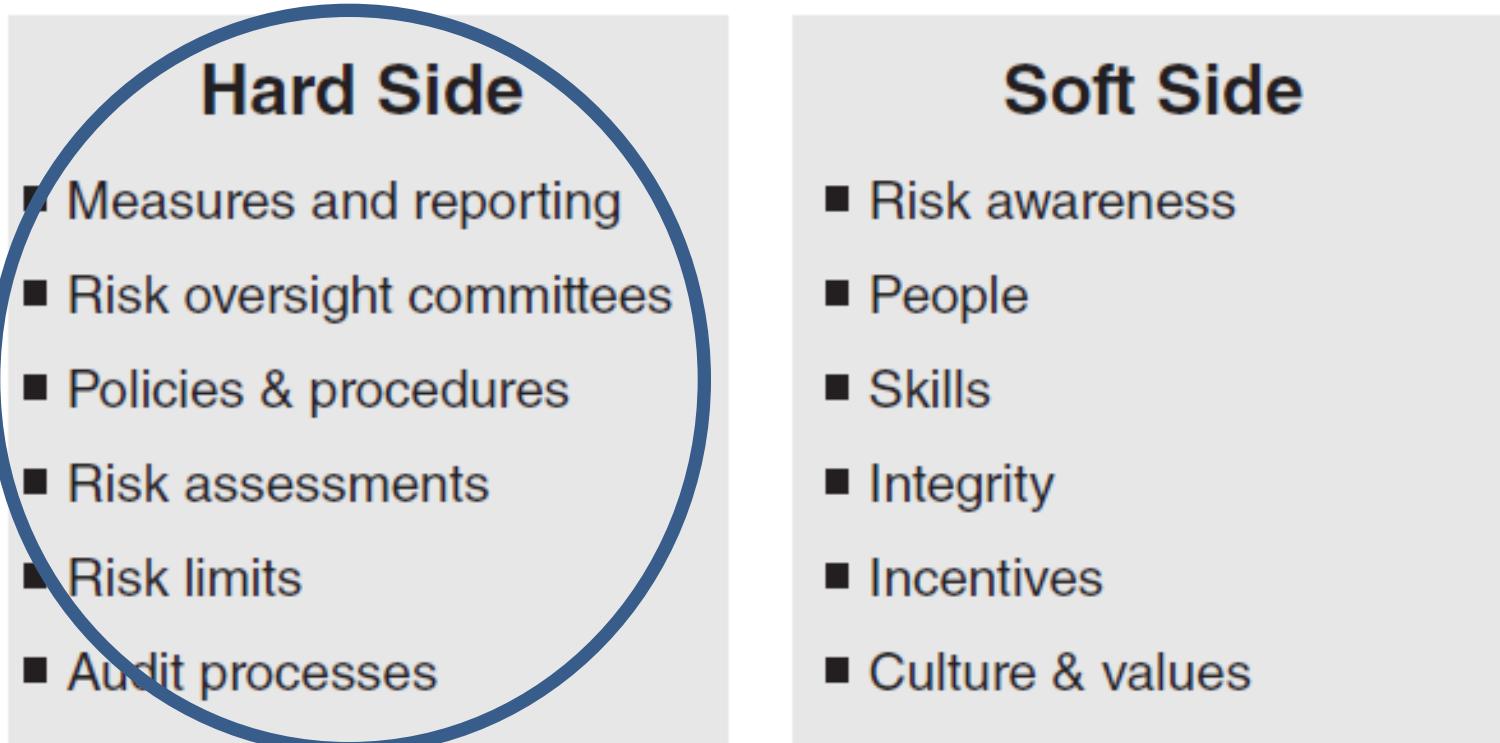


- 相関は変化する
- ⇔マルコビツの世界：確率、相関ともに  
安定的



## 4. 何が重要か

- The Hard and Soft Sides of Risk Management



(出典) James Lam(2014), *Enterprise Risk Management*



## 4. 何が重要か

CIAスパイマニュアルに学ぶ「会社をダメにする11の行動様式」

- ・「注意深さ」を促す ⇔ スピーディーな判断
- ・可能な限り案件は委員会で検討。委員会はなるべく大きくする。最低でも5人以上。
- ・何事も指揮命令系統を厳格に守る。意思決定の「抜け道」を決して許さない。
- ・会社内での組織的位置付けにこだわる。組織の権限内か、より上層部の決断を仰がなくてよいか。
- ・業務の承認手続きをなるべく複雑にする。一人で承認できる事項でも3人の承認を必須にする。
- ・全ての規則を厳格に適用する。



# もっと学びたい人に

