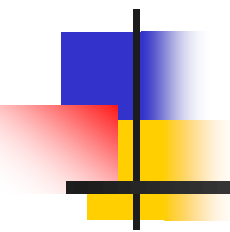
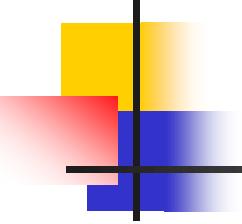


金融工学

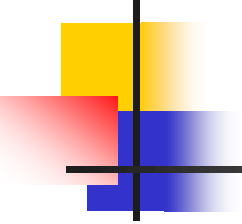


第4回講義 10月14日(火)



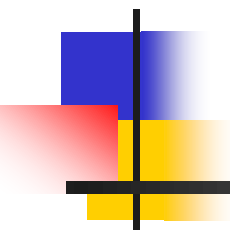
前週の課題

- 問題 以下の計算問題を解きなさい。
- ①現在のA社の株価が1000円、年金利が12%であるとする。このとき、三か月物の先物価格はいくらになるか？
- ②上記で、年配当利回りが8%であるとき、この三か月物の先物価格はどうか？
- ③小麦の現在の価格がトン当たり5000万円とする。年金利が6%、保管費用が年金利に直すと4%、コンベニエンス・イールドは年金利で8%とする。このとき、小麦の半年物の先物価格はいくらになるか？

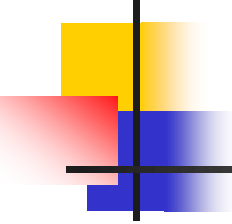


答え

- ① $1000\text{円} \times (1 + 0.12 \div 4)$
 $= 1000\text{円} \times (1 + 0.03) = 1030\text{円}$
- ② $1000\text{円} \times (1 + (0.12 - 0.08) \div 4)$
 $= 1000\text{円} \times (1 + 0.04 \div 4) = 1010\text{円}$
- ③ $50000\text{円} \times (1 + (0.06 + 0.04 - 0.08) \div 2)$
 $= 50000\text{円} \times (1 + 0.02 \div 2) = 50500\text{円}$



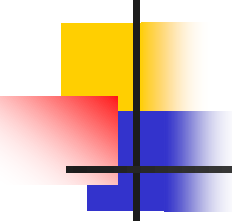
4. オプションの基礎



4. オプションの基礎

■ 4.1 先物(futures)の復習

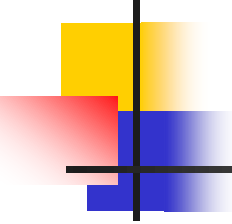
- 金融先物取引は、金融商品を将来の時点で買う(買建て)、または売る(売建て)という約定を行う予約の取引
- **ヘッジャー**: 将来の売値や買値を、いまから固定して、将来の損益を確定させる。
 - 小麦の生産者→将来、小麦価格が下がると売値が低下するので損をする→先物を売る
 - パン製造業→将来、小麦価格が上がると仕入れ値が上昇するので損をする→先物を買う
- **スペキュレーター**: 投機目的(相場観)で取引に参加(⇔実需に基づかない)



4. オプションの基礎

■ 先物の買い(ロング)

- パン屋さん→将来、小麦価格が上がると買値が上昇するので損をする→先物を買う
 - たとえば、3か月後に100円で買うという約束をする。実際に予想通りに110円になる。市場価格よりも10円安く買える(利得)
- →予想に反して、小麦価格が下がる→先物で安い価格で買うことを決めていた→結果的に損をする
 - たとえば、3か月後に100円で買うという約束をする。予想が外れて90円になる。市場価格よりも10円高く買うことになってしまう(損失)
- 先物契約は必ず履行しなければならない



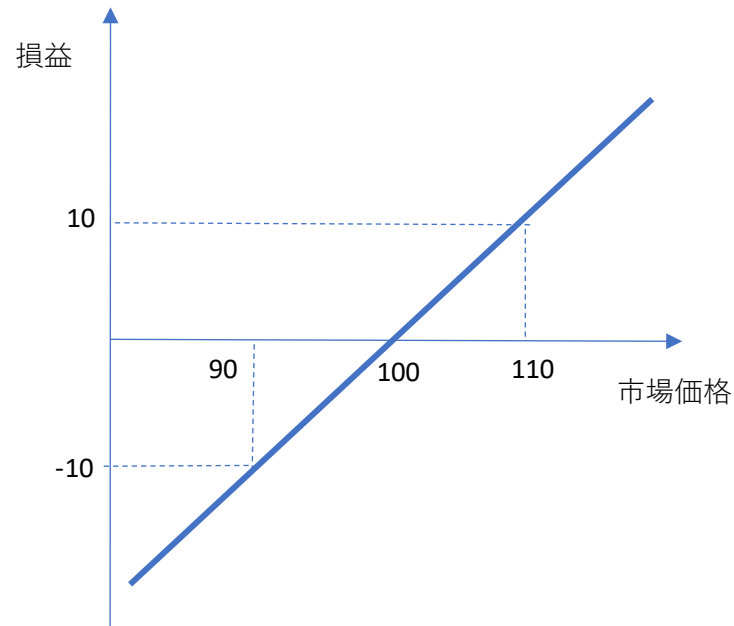
4. オプションの基礎

■ 先物の売り(ショート)

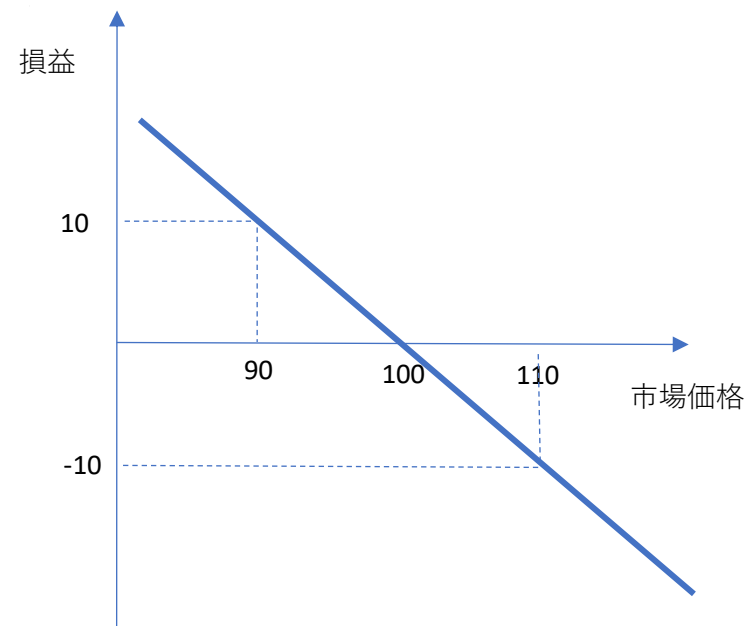
- 小麦の生産者→将来、小麦価格が下がると売値が低下するので損をする→先物を売る
 - たとえば、3か月後に100円で売るという約束をする。実際に予想通りに90円になる。市場価格よりも10円高く売れる(利得)
- →予想に反して、小麦価格が上がる→先物で安い価格で売ること決めていた→結果的に損をする
 - たとえば、3か月後に100円で売るという約束をする。予想が外れて110円になる。市場価格よりも10円安く売ることになってしまう(損失)
- 先物契約は必ず履行しなければならない

4. オプションの基礎

先物の買い(ロング)



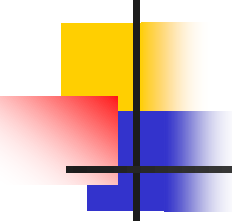
先物の売り(ショート)



4. オプションの基礎

- 先物の理論価格
- 株の値上がりを予想し、①(先物価格 F と同額)無リスク金利 i で借金をして(S_0)株を購入、②先物の買い(将来 F 円で買う約束)だけを行う。満期時点で株が S_T に
- 無裁定条件: $F/(1+i) - S_0 = 0 \rightarrow F = S_0 \times (1+i)$

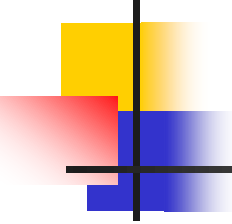
	現時点	満期
①現物の取引	株購入 $-S_0$ 借入 $+F/(1+i)$	借入返済 $-F$ 株保有 S_T
差	$F/(1+i) - S_0$	$S_T - F$
②先物の買い	なし	先物代金 $-F$ 株売却 S_T
差	0	$S_T - F$



4. オプションの基礎

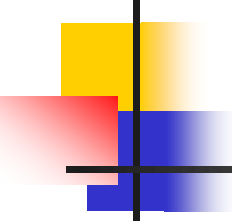
■ 4.2 オプション取引

- 先物で将来を固定させると損をする場合もある。→良いとこどりの契約はないか？
 - 小麦の生産者→将来、小麦価格が下がると売値が低下するので損をする→先物を売る
 - →予想に反して、小麦価格が上がる→先物で安い価格で売ること決めていた→結果的に損をする
 - <先物契約は必ず履行しなければならない>
 - →小麦価格が下がった時には権利行使し、上がった時には権利行使しないような都合の良い契約はないか⇒>プットオプション



4. オプションの基礎

- 現在の小麦価格は1000円、3か月後の収穫時期には生産高が多くて600円に値段が下がると予想。
 - ⇒ 3か月後に800円で売る権利(プットオプション)を買う
 - ⇒ (1) 予想通りに600円にー>権利を行使する
 - ー>200円儲かる
 - ⇒ (2) 予想が外れ900円にー>権利を行使しない
 - ー>損をしない(先物との違い)
 - ⇒ 良いとこどりの契約(保険)。この権利を買うためには、“保険料(=オプション・プレミアム)”が必要
 - ⇒ プレミアムが20円であれば
 - ー>180(=200-20)円の儲け

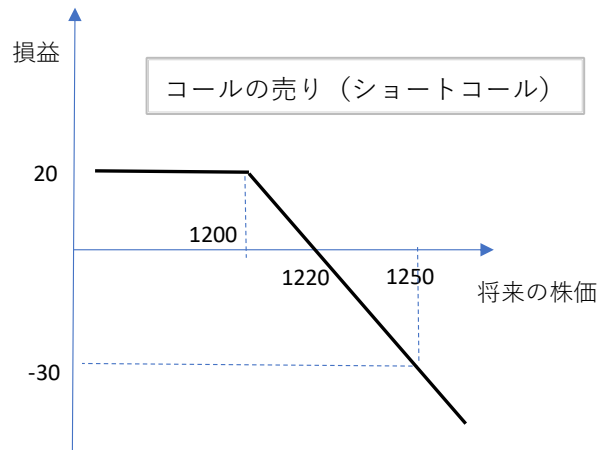
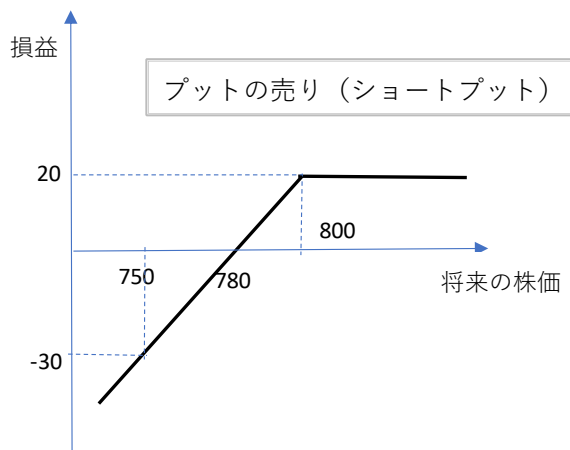
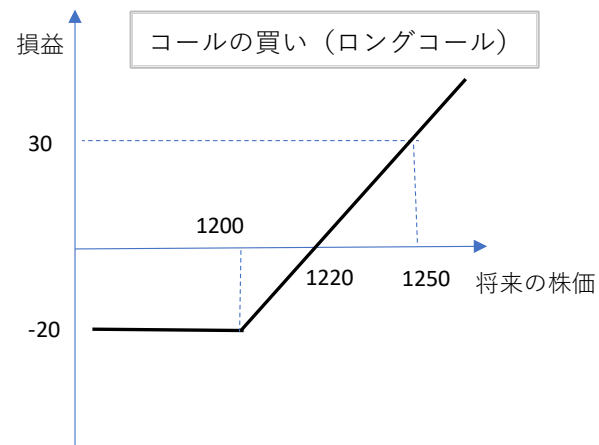
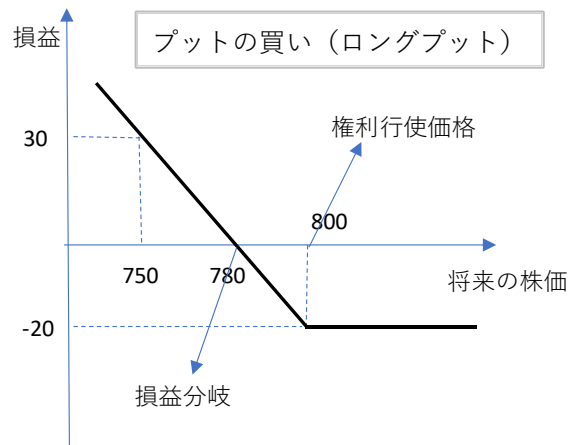


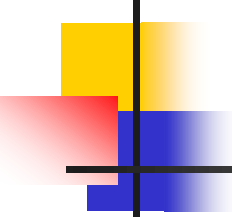
4. オプションの基礎

- (1) **コール**: 買う権利、**プット**: 売る権利。
- (2) 原資産: オプションの対象となる資産。
Ex. とうもろこし、株式
- (3) **行使価格**: 取引を行える約定価格。
- (4) **ペイオフ**: オプションの実行により得られる利得
- (5) **ヨーロピアン・オプション**: 将来の一定期日においてのみ権利行使が可能
- **アメリカン・オプション**: 将来の一定時点までの任意の時点で権利行使が可能

4. オプションの基礎

■ 4.3 オプションのペイオフ



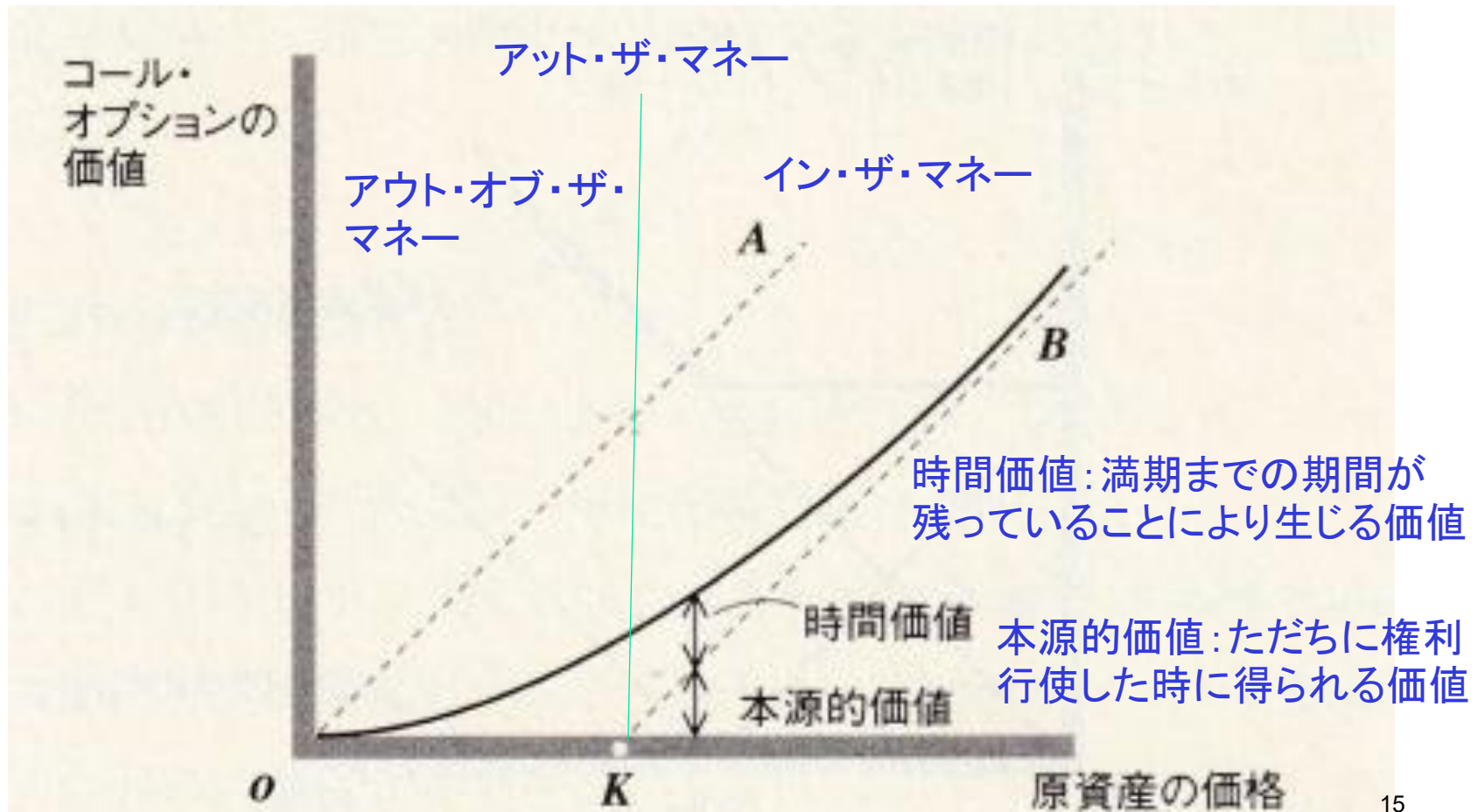


4. オプションの基礎

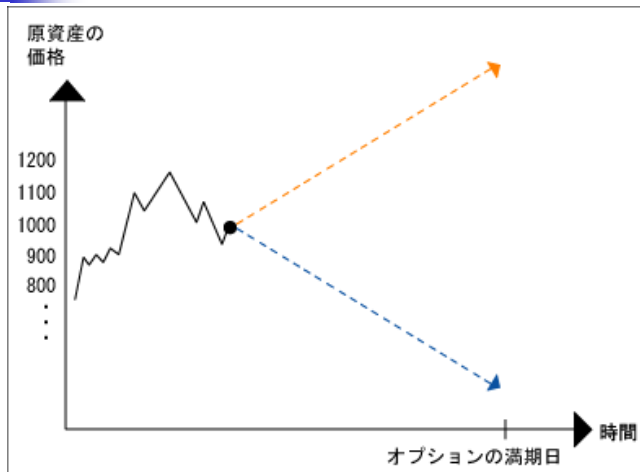
- ペイオフはオプションの買い手(＝保険加入者)と売り手(＝保険提供者)で非対称。
- (1) **オプションの買い手**: プレミアムを払って権利を取得する人。
 - ⇒ プレミアムを支払う代わりに、約定価格で原資産を買える(売れる)。
- (2) **オプションの売り手**: プレミアムを貰って権利を与える人
 - ⇒ プレミアムを受け取る代わりに、買い手が要求したときにこれに応じる**義務を負う**。
 - ⇒ オプションの売りは怖い。損失が無限大に拡大する可能性あり⇔リーマンショックなど金融危機の原因に。

4. オプションの基礎

■ 4.4 本源的価値と時間価値



4. オプションの基礎



満期までの期間が長いため、
原資産価格が大きく変動する
可能性がある

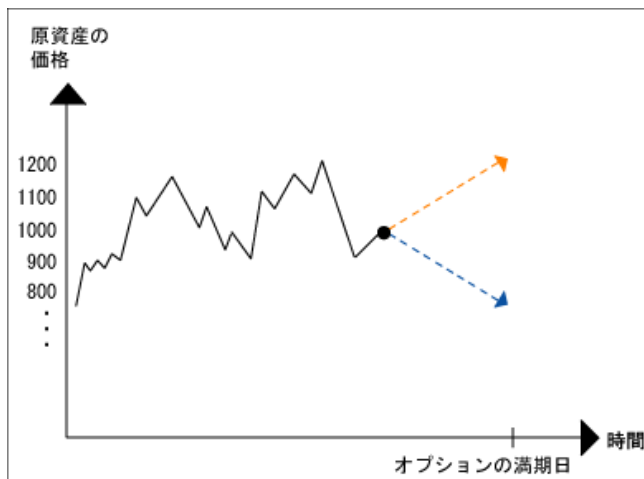


オプションに価値が生まれる
期待感が大きい



オプションの時間価値が
大きい

オプションの
時間価値



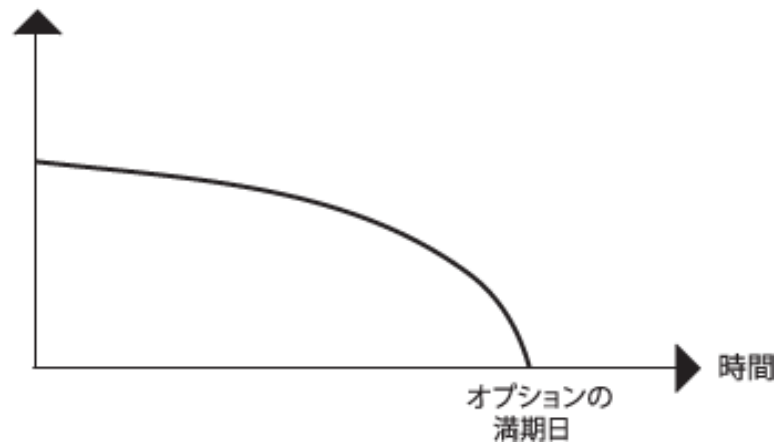
満期までの期間が短いため、
原資産価格が大きく変動する
可能性は低い



オプションに価値が生まれる
期待感が小さい



オプションの時間価値が
小さくなる



4. オプションの基礎

■ 4.5 オプション・プレミアム

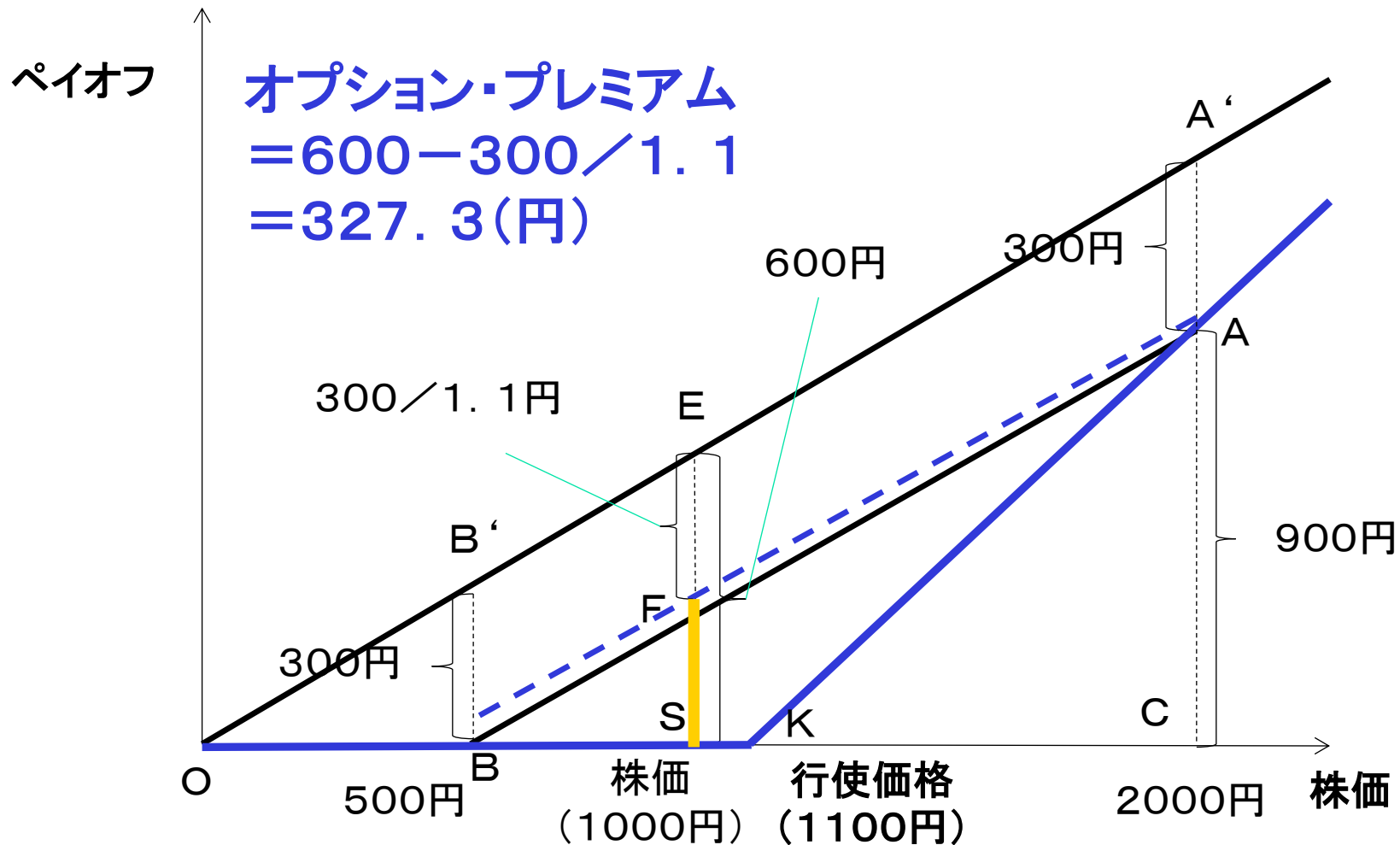
■ コール・オプションの複製

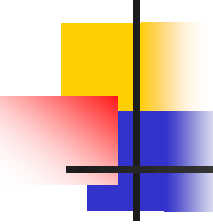
=> 株式の購入 + 借り入れ (リスクフリーレート10%)

■ (例) 現在の株価: 1000円、行使価格: 1100円

株価	0.6単位の株式の価値(A)	借り入れ返済(B)	複製資産 = A - B	コール・オプションのペイオフ
2000	1200	300	900	900 (=2000 - 1100)
500	300	300	0	0 (権利行使せず)

4. オプションの基礎





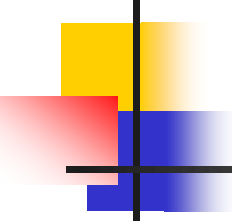
4. オプションの基礎

■ デルタ・レシオ(Δ)単位の株式購入

- Δ =コール・オプションのペイオフの差／株価の差
 - $(900 - 0) / (2000 - 500) = 0.6$
- 株価1単位の変化に対するオプション・ペイオフの感応度を意味する

■ リスク中立(マルチンゲール)確率

- 株式の期待収益率＝リスクフリーレート(r)となるように評価(すべての投資家がリスク中立的であれば、すべての資産の収益率は利子率となるとの考え方)
- $(株価 \times (1 + r) - 低株価) / (高株価 - 低株価)$
 - $(1000 \times 1.1 - 500) / (2000 - 500) = 0.4$



4. オプションの基礎

■ リスク中立法

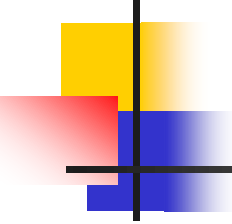
- リスク中立確率で計算した株価の期待値は、株価が利子率で上昇したときの株式価値に等しい。

- $1000 = \{2000 \times \underline{0.4} + 500 \times \underline{(1-0.4)}\} / 1.1$

■ オプション・プレミアムはコール・オプションの期待ペイオフの割引価値

- $= \text{リスク中立確率} \times \text{コール・オプションのペイオフ} / (1 + \text{利子率})$

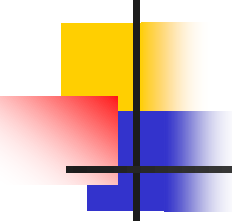
$$= 0.4 \times 900 / 1.1 = 327.3$$



4. オプションの基礎

■ 4. 6 プレミアムの変化要因

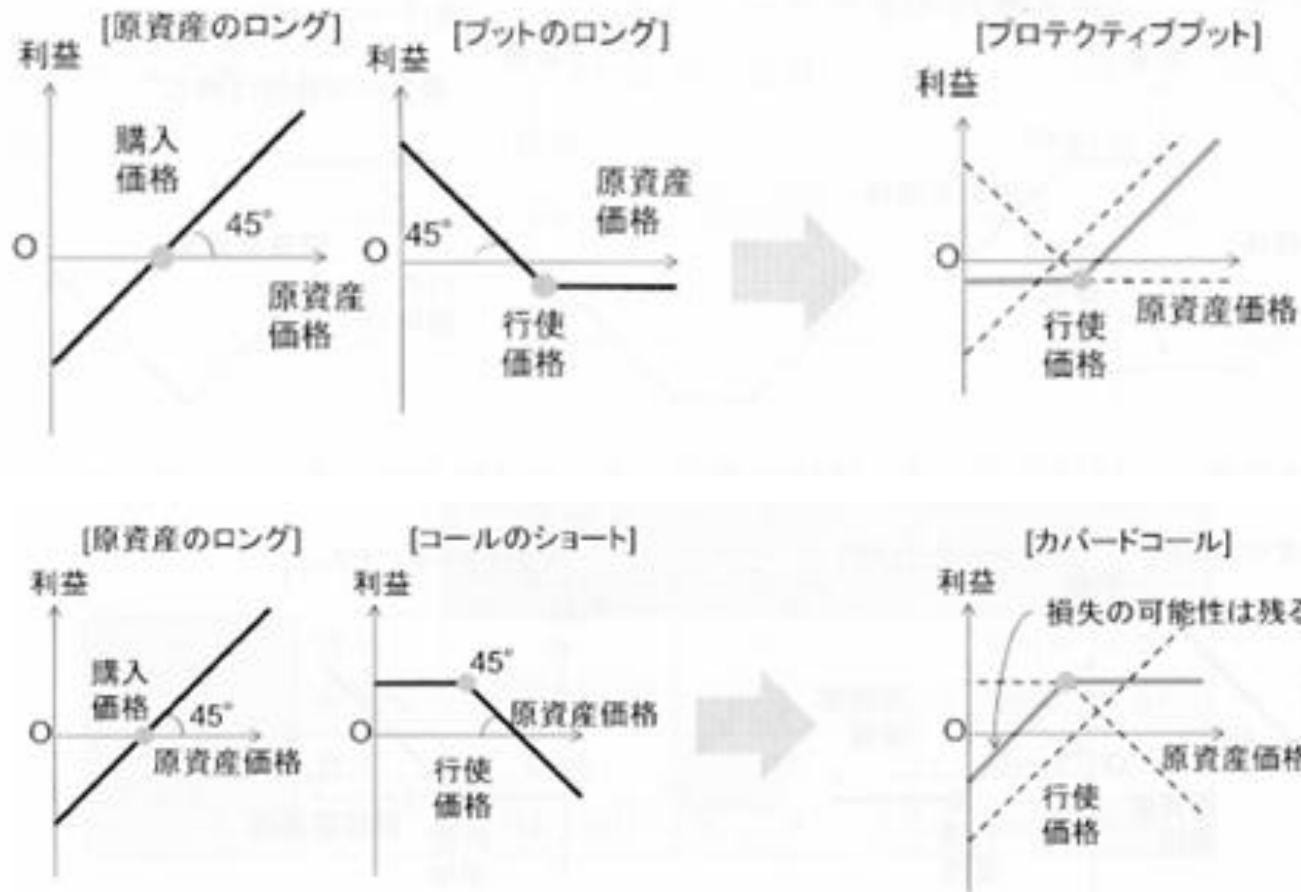
決定要因	プレミアムの変化の理由	コール	プット
株価	現在の株価が高いほど、行使時点で株価が行使価格を上回る確率がコールの場合は高く、プットの場合は低くなる。	+	—
ボラティリティ	ボラティリティが大きいほど、権利行使価格にヒットする確率が高くなる。	+	+
利子率	コールでは借入により得られる額が少なくなり、必要自己資金額が増加する。プットでは貸付より得られる額が多くなり、必要自己資金額が減少する。	+	—
		オプション価値	
時間	満期が近づくにつれ、オプション価値は減少する。	—	



4. オプションの基礎

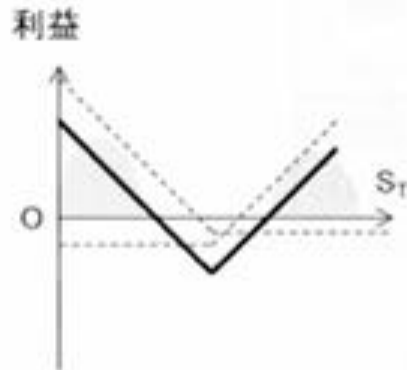
- 4. 7 オプションの合成
- なぜ、オプションを引き受けるのか？
- ①予想の違い
- ②単なる賭け
 - 映画『マネー・ショート』
- ③オプションの合成
 - ベア・プット・スプレッド

4. オプションの基礎

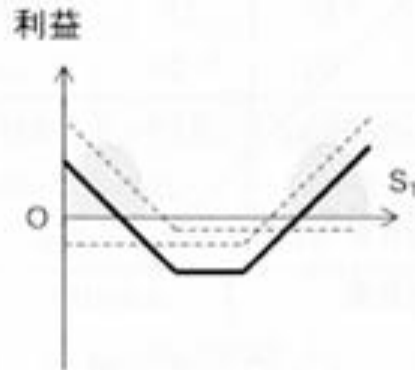


4. オプションの基礎

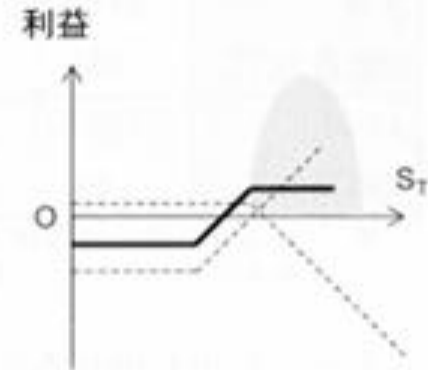
[ストラドルの買い]



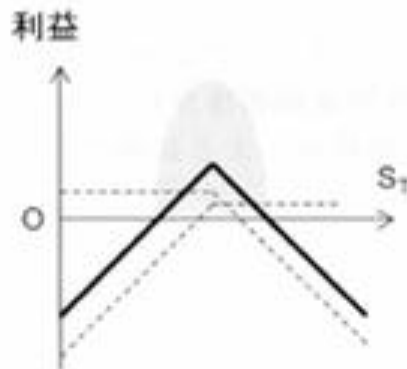
[ストラングルの買い]



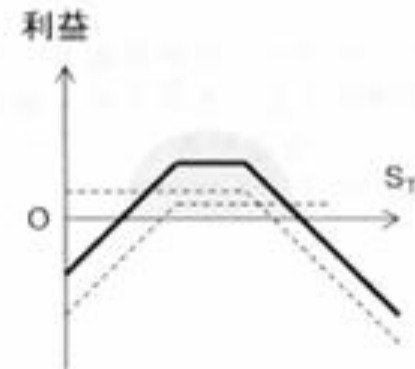
[バーティカル・ブル・スプレッド]



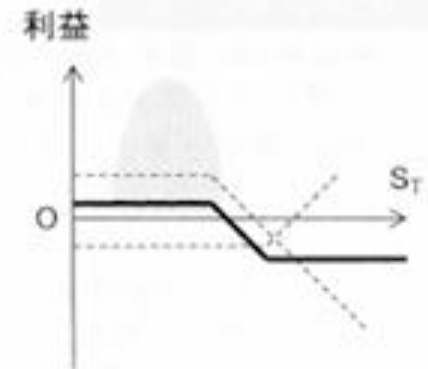
[ストラドルの売り]

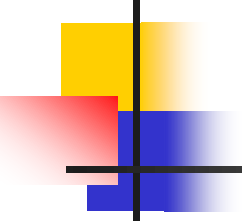


[ストラングルの売り]



[バーティカル・ベア・スプレッド]





本日の課題

- 問題 以下の問いに答えなさい。
- ①いま、行使価格500円のコールプレミアムが50円、行使価格500円のプットプレミアムが38円となっているとき、ストラドルの売りを組んだとする。このとき満期の原資産価格が(a)400円の時、(b)500円の時、(c)600円の時、ペイオフはいくらになるか？ただし、時間経過による価値の変化は含めない。
- ②原資産価格500円、行使価格460円のコールプレミアムが70円であるとする。このとき、本源的価値と時間価値はそれぞれいくらになるか？